

Drugi rok iz DS - teoretični del, 02.02.2021

- Čas pisanja: **30 minut**
- Za pozitivno oceno je potrebno zbrati vsaj 50% vseh točk. V oglatih oklepajih $[\cdot]$ je pri vsakem vprašanju navedeno, koliko točk šteje pravi odgovor.
- Poskus prepisovanja, pogovarjanja, uporaba elektronskih pripomočkov so **strogo** prepovedani.

1. [30 točk] Dana je izjavna formula

$$(\forall x : \neg P(x)) \Rightarrow (\neg \exists x : P(x)). \quad (1)$$

- (a) Izberite si področje pogovora \mathcal{D} in pomen predikata $P(x)$. Napišite interpretacijo izjavne formule (1) pri tej izbiri \mathcal{D} in $P(x)$.
- (b) Izjavno formulo (1) preoblikujte v preneksno normalno obliko.
- (c) Ali je izjavna formula (1) splošno veljavna? Če da, to utemeljite, sicer pa poiščite protiprimer.
-

2. [40 točk] Naj bosta $A = \{1, 2, 3, 4\}$ in $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6\}$ množici.

- (a) Napišite injektivno preslikavo $f : A \rightarrow B$.
- (b) Koliko preslikav iz množice A v B obstaja?
- (c) Koliko injektivnih preslikav iz množice A v B obstaja?
- (d) Naj bo $g : A \rightarrow B$ preslikava, definirana z $g(1) = g(2) = b_1$, $g(3) = b_2$, $g(4) = b_6$. Poiščite neko preslikavo $h : B \rightarrow B$, da velja $g = h \circ f$, kjer je f vaša preslikava iz (2a).
-

3. [30 točk] V tej nalogi so vsi grafi enostavni, tj. nimajo večkratnih povezav med dvema vozliščema in nimajo zank.

- (a) Narišite dva neizomorfna grafa, ki imata stopnje vozlišč $2, 2, 2, 1, 1$.
- (b) Naj bo $2k_1, 2k_2, \dots, 2k_m$, $k_i \in \mathbb{N}$, zaporedje sodih števil, ki je grafično. Ali je vsak graf, ki pripada temu zaporedju, Eulerjev? Če je odgovor da, to utemeljite, sicer pa napišite protiprimer (tj. izberete m in k_1, \dots, k_m ter narišete pripadajoč graf, ki ni Eulerjev).
- (c) Naj bo n_1, n_2, \dots, n_m , $n_i \in \mathbb{N}$, zaporedje naravnih števil, ki je grafično. Denimo, da je nek graf, ki pripada temu zaporedju, dvodelen. Ali je tudi vsak drug graf, ki pripada temu zaporedju, dvodelen? Če je odgovor da, to utemeljite, sicer pa napišite protiprimer (tj. izberete m in n_1, \dots, n_m ter narišete dva grafa s temi parametri, pri čemer je en dvodelen, drugi pa ne).