2. popravni kolokvij iz Diskretnih struktur – 63705

Ljubljana, Sežana, 17. 2. 2011

1. Učitelj smučanja pri vstopu na sedežnico vpraša svoje učence Aneja, Bineta, Ceneta in Daneta ali so se peljali po urejenih smučiščih. Dobi takšne odgovore:

   Anej: Nismo se vsi peljali po urejenih smučiščih.

   Bine: Če sta se po urejenem smučišču peljala Anej ali Cene, potem se Dane ni peljal po urejenem smučišču.

   Cene: Anej ali Bine se je peljal po urejenem smučišču.

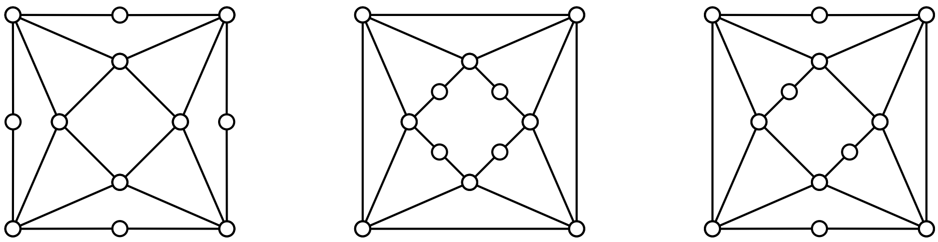
   Dane: Bine ali Cene se je peljal po urejenem smučišču.

   (a) Ali so lahko vsi govorili resnico?

   (b) Ali so lahko vsi lagali?

   (c) Kdo se ni peljal po urejenem smučišču, če tisti, ki so se peljali po urejenem smučišču, govorijo resnico, tisti, ki se niso, pa lažejo?

2. Dani so grafi na sliki

   (a) Poišči kromatična števila grafov.

   (b) Ali so grafi Hamiltonovi? Ali so Eulerjevi?

   (c) Kateri izmed grafov so med sabo izomorfni?

3. Poišči vse rešitve diofantske enačbe

   $$7x + 12y = 524$$

   Koliko je rešitev v množici naravnih števil?

4. Dane so permutacije

   $$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 4 & 3 & 7 & 8 & 6 & 9 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 9 & 6 & 7 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

   in

   $$\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 8 & 6 & 9 & 1 & 5 & 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

   (a) Poišči ciklično strukturo, red in parnost permutacije γ.

   (b) Poišči vse možne ciklične strukture permutacije π, ki zadošča enačbi

   $$\alpha * \beta * \pi^2 * \beta^{-1} = \gamma.$$

   (c) Za vsako možno ciklično strukturo poišči eno rešitev enačbe.

Odgovore dobro utemelji!

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov z obrazci. Rezultati bodo dostopni na `ucilnica.fri.uni-lj.si`.

Popravni kolokvij iz Diskretnih struktur
(Ljubljana, Sežana, 3. 2. 2012)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 s formulami. Rezultati bodo objavljeni na strani `ucilnica.fri.uni-lj.si`.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Ali iz predpostavk
$$(r \wedge t) \vee q\ , \quad r \vee \neg t \Rightarrow \neg p \wedge s$$
logično sledi q? Kaj pa $p \Rightarrow q$?

2. (a) Denimo, da so A, B in C množice sode moči. Katere od množic
$$A + B\ ,\ \ A \cap C \ \text{ in } \ ((A + B) \cap A) \ \cup \ (A \cap B)$$
so gotovo sode moči?

   (b) Ali za množice A, B in C velja vsebovanost spodaj? Dokaži ali poišči protiprimer!
$$A + (B \cap C) \subseteq ((A + B) \cap C) \ \cup \ (A \cap B \cap C)$$

3. Graf G_{11} je definiran takole:
   - vozlišča $V(G_{11})$ so naravna števila $1, 2, 3, \ldots, 11$,
   - vozlišči a in b sta sosedni, če je $a - b$ liho praštevilo.

   (a) Čim lepše nariši graf G_{11}.

   (b) Kakšne so stopnje točk grafa G_{11}?

   (c) Določi kromatično število $\chi(G_{11})$.

   (d) Ali je G_{11} Eulerjev? Ali je Hamiltonov? *Dobro utemelji!*

4. Dani sta permutaciji
$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 2 & 5 & 8 & 1 & 7 & 4 & 6 \end{pmatrix} \ \text{ in } \ \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

   (a) Zapiši α in β kot produkt disjunktnih ciklov.

   (b) Zapiši permutacijo $\alpha * \beta * \alpha^{-1}$.

   (c) Poišči najmanjše število k, da bo $\alpha^k = \mathrm{id}$.

Vse odgovore dobro utemelji!

Popravni kolokvij iz Diskretnih struktur
(Ljubljana, Sežana, 17. 2. 2012)

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 s formulami. Rezultati bodo objavljeni na spletni strani ***ucilnica.fri.uni-lj.si****.*

1. (a) Poišči kak izjavni izraz A, odvisen od izjavnih spremenljivk p, q in r, za katerega bo izraz

$$(p \iff \neg q) \wedge (r \Rightarrow A) \wedge (\neg r \Rightarrow \neg A)$$

protislovje.

(b) Ali lahko izbereš A tako, da bo zgornji izraz tavtologija?

2. Naj bo $P = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$. Na potenčni množici množice $\mathbb{N}$ definiramo relacijo $\simeq$ s predpisom

$$A \simeq B \iff A \cap P = B \cap P.$$

(a) Pokaži, da je množica $\{3, 4, 5\}$ v relaciji $\simeq$ z množico $\{4, 5, 6\}$ in da množica $\{3, 4, 5\}$ ni v relaciji $\simeq$ z množico $\{2, 3, 4\}$.

(b) Pokaži, da je $\simeq$ ekvivalenčna relacija.

(c) Določi ekvivalenčni razred prazne množice in ekvivalenčni razred množice P.

3. Graf G je definiran takole:

- točke $V(G)$ so naravna števila $1, 2, 3, \ldots, 12$,
- točki a in b sta sosednji, če je absolutna vrednost razlike $|a - b|$ enaka 4, 8, 5 ali 7.

(a) Čim lepše nariši graf G.

(b) Določi kromatično število $\chi(G)$.

(c) Ali je G Eulerjev?

(d) Ali je Hamiltonov?

4. (a) Z razširjenim Evklidovim algoritmom poišči največji skupni delitelj števil 39 in 51.

(b) Reši diofantsko enačbo $78x + 102y = 1902$.

(c) Pokaži, da ima zgornja enačba samo eno rešitev v množici naravnih števil.

Vse odgovore dobro utemelji!

Popravni kolokvij iz Diskretnih struktur
(Ljubljana, Sežana, 7. 9. 2012)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 s formulami. Rezultati bodo objavljeni na strani `ucilnica.fri.uni-lj.si`.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Dokaži, da je naslednji sklep pravilen:

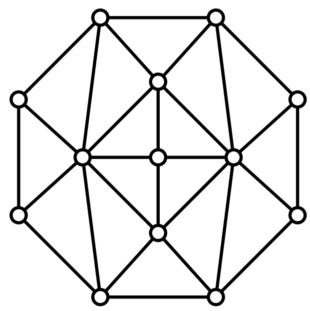
$$r \vee s,\ p \wedge q,\ q \Rightarrow \neg r \vee \neg p \quad \models \quad s.$$

2. Naj bodo A, B in C končne množice, za katere velja:

$$|A \cap B| = |A \setminus B| = 50,\ \ |A \cap C| = |C \setminus A| = 25,$$
$$|B \cap C| = |B \setminus C| = 10 \ \text{ in } \ A \cap B \cap C = \emptyset.$$

Določi moč množice $A \cup B \cup C$!

3. (a) Ali je graf na desni dvodelen?
   (b) Določi kromatično število tega grafa. Odgovor natančno utemelji.
   (c) Ali je Eulerjev?
   (d) Ali je Hamiltonov? Če je, nariši kakšen Hamiltonov cikel. Če ni, to dokaži.



4. Dana je permutacija $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 2 & 1 & 3 & 7 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$.

   (a) Določi π^{-1}.
   (b) Zapiši π kot produkt disjunktnih ciklov.
   (c) Zapiši π kot produkt samih transpozicij.
   (d) Določi π^2 in π^{2013}.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. popravni kolokvij iz Diskretnih struktur VSŠ

(Ljubljana, 30. januar 2013)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na `ucilnica.fri.uni-lj.si`.

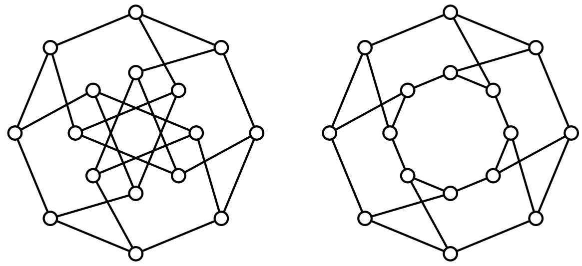
Vse odgovore dobro utemelji!

1. Poišči vse izjavne izraze X, odvisne od p in q, za katere je izjavni izraz
$$(X \Leftrightarrow p) \vee (\neg X \wedge q) \Rightarrow X$$
tavtologija.

2. Poišči preneksni obliki za naslednji formuli. Ali sta enakovredni?
$$\neg\forall x(\exists y P(x,y) \vee \neg Q(x)) \quad \text{in} \quad \forall y \exists x \neg(\neg P(x,y) \Rightarrow \neg Q(x)).$$

3. Pike na igralni kocki so razporejene tako, da je vsota pik na nasprotnih licih 7. Na množici $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ definiramo relacijo R s predpisom
$$xRy \iff x \text{ in } y \textbf{ nista} \text{ na nasprotnih licih kocke.}$$
   (a) Opiši R^c, komplement relacije R, in nariši graf relacije R.
   (b) Ali je R refleksivna, simetrična, tranzitivna?
   (c) Opiši relacijo R^2.

4. (a) Za vsakega od grafov na sliki ugotovi, če je Hamiltonov.
   (b) Za vsakega od grafov na sliki ugotovi, če je dvodelen.
   (c) Ali sta grafa izomorfna?



Vse odgovore dobro utemelji!

2. popravni kolokvij iz Diskretnih struktur VSŠ

(Ljubljana, 13. februar 2013)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na `ucilnica.fri.uni-lj.si`.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Ali je sklep

$$p \Rightarrow q \wedge r, \quad \neg q \vee \neg p \vee t, \quad (\neg p \vee t) \Rightarrow \neg r \quad \models \quad \neg p$$

   pravilen. Poišči protiprimer ali pa dokaži s pomočjo pravil sklepanja.

2. Ali za poljubne množice A, B, C velja enakost

$$A + (B \cup C) = (A + B) \cup C?$$

   Ali velja enakost v primeru, da je $A \cap C = \emptyset$?

3. Mlinar bo dve toni žita nasipal v vreče. Na razpolago ima večje vreče, v katere lahko nasipa 52 kilogramov žita in manjše vreče, v katere lahko nasipa 43 kilogramov žita. Koliko vreč bo porabil?

4. Dane so permutacije $\alpha = (123)(4567)$, $\beta = (274)$ in $\gamma = (1234567)$ in enačba

$$\alpha\pi^2\alpha = \beta\gamma\alpha^2.$$

   (a) Izračunaj permutacijo π^2. Določi njeno ciklično strukturo in parnost.

   (b) Določi vsaj eno permutacijo π, ki reši zgornjo enačbo.

Vse odgovore dobro utemelji!

3. popravni kolokvij iz Diskretnih struktur VSŠ

(Ljubljana, 6. september 2013)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na `ucilnica.fri.uni-lj.si`*.*

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Prepričaj se, da sklep

$$p \vee \neg q \;,\; \neg q \Rightarrow r \wedge s \;,\; \neg s \quad \models \quad p \wedge r$$

   ni pravilen. Katero od predpostavk p, q, r oziroma s moraš dodati, da dobiš pravilen sklep?

2. Funkcija $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ je dana z opisom: $f(n)$ *je vsota eksponentov v razcepu števila* n *na prafaktorje*. Tako je $f(1) = 0$, $f(3) = 1$, $f(4) = 2$, $f(12) = f(2^2 \cdot 3^1) = 2 + 1 = 3, \ldots$

   (a) Izračunaj $f(7)$, $f(8)$, $f(9)$ in $f(10)$.

   (b) Ali je f injektivna? Surjektivna? Natančno utemelji!

3. Poišči vse rešitve diofantske enačbe

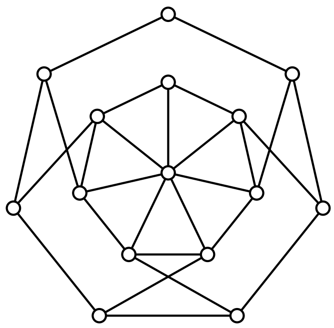
$$28x + 63y = 735$$

   v množici naravnih števil.

4. (a) Določi kromatično število grafa na sliki.

   (b) Ali je Eulerjev?

   (c) Ali je Hamiltonov?



Vse odgovore dobro utemelji!

1. popravni kolokvij iz Diskretnih struktur VSŠ
(Ljubljana, 27. januar 2014)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na ***ucilnica.fri.uni-lj.si***.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Ali je sklep

$$p \vee q \wedge t, \quad q \Rightarrow s \vee \neg t, \quad s \wedge \neg p \Rightarrow \neg t \quad \models \quad p$$

pravilen?

Kaj pa sklep

$$p \vee q \wedge t, \quad q \Rightarrow s \vee \neg t, \quad s \wedge \neg p \Rightarrow \neg t \quad \models \quad s \vee t?$$

2. Dana je linearna diofantska enačba $6x + 9y = 1050$.

(a) Koliko je rešitev te enačbe, pri katerih sta $x, y \in \mathbb{N}$?

(b) Za katero izmed teh rešitev je vsota $x + y$ najmanjša?

3. Koliko naravnih števil iz množice $\{1, 2, 3, \ldots, 4321\}$ je deljivih z natanko enim izmed števil 2, 4, 6?

4. Na množici $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ je definirana relacija

$$R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 8), (8, 3)\}$$

(a) Nariši grafe relacij R, R^3 in R^6? Ali je katera izmed teh relacij simetrična oz. refleksivna?

(b) Nariši graf relacije R^9. Pokaži, da je to ekvivalenčna relacija in določi ekvivalenčne razrede.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. popravni kolokvij iz Diskretnih struktur VSŠ
(Ljubljana, 27. januar 2014)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na **`ucilnica.fri.uni-lj.si`**.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Ali je sklep

$$p \vee q \wedge t, \quad q \Rightarrow s \vee \neg t, \quad s \wedge \neg p \Rightarrow \neg t \quad \models \quad p$$

   pravilen?

   Kaj pa sklep

$$p \vee q \wedge t, \quad q \Rightarrow s \vee \neg t, \quad s \wedge \neg p \Rightarrow \neg t \quad \models \quad s \vee t?$$

2. Dana je linearna diofantska enačba $6x + 9y = 1050$.
   (a) Koliko je rešitev te enačbe, pri katerih sta $x, y \in \mathbb{N}$?
   (b) Za katero izmed teh rešitev je vsota $x + y$ najmanjša?

3. Koliko naravnih števil iz množice $\{1, 2, 3, \ldots, 4321\}$ je deljivih z natanko enim izmed števil 2, 4, 6?

4. Na množici $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ je definirana relacija

$$R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 8), (8, 3)\}$$

   (a) Nariši grafe relacij R, R^3 in R^6? Ali je katera izmed teh relacij simetrična oz. refleksivna?
   (b) Nariši graf relacije R^9. Pokaži, da je to ekvivalenčna relacija in določi ekvivalenčne razrede.

Vse odgovore dobro utemelji!

2. popravni kolokvij iz Diskretnih struktur VSŠ
(Ljubljana, 11. februar 2014)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na ***ucilnica.fri.uni-lj.si****.*

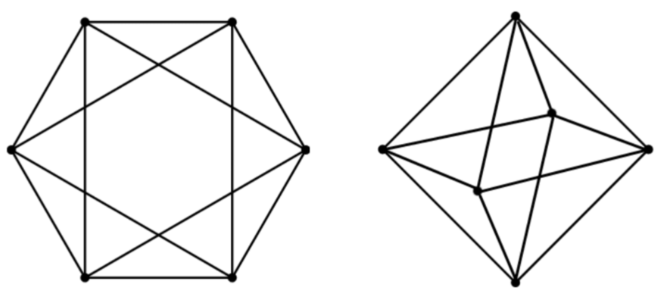
Vse odgovore dobro utemelji!

1. Tromestni izjavni veznik A je podan s predpisom
$$A(p,q,r) \quad \equiv \quad p \vee (q \Rightarrow \neg p \wedge r).$$
   (a) Poenostavi izraza $A(p,q,p)$ in $A(p,q,r)$.
   (b) Kateri od naborov $\{A\}$, $\{A,\neg\}$, $\{A,\Rightarrow\}$ so polni in kateri ne? Utemelji.

2. Poenostavi spodnji izjavni formuli.
$$\forall x(P(x) \wedge \neg Q(x)) \Rightarrow \exists x(P(x) \Rightarrow Q(x))$$
$$\forall x(P(x) \wedge \neg Q(x)) \Rightarrow \exists x(Q(x) \Rightarrow P(x))$$
   Sta morda enakovredni? Utemelji.

3. Dane so permutacije
$$R = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 2 & 3 & 8 & 1 & 6 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
$$\text{in} \quad U = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 1 & 3 & 4 & 6 & 2 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$
   (a) Določi ciklično strukturo in parnost permutacij
$$\alpha = R * U * R^{-1} \quad \text{in} \quad \beta = R * F^{-1} * R^{-1} * F.$$
   (b) Poišči vsaj dve rešitvi enačbe $\pi^2 * \alpha = \beta * \alpha$.

4. (a) Ali je kateri od grafov na sliki Eulerjev?
   (b) Ali je kateri dvodelen.
   (c) Ali sta grafa izomorfna? Če sta, poišči kak izomorfizem, sicer pa dokaži, da nista.



Vse odgovore dobro utemelji!

3. popravni kolokvij iz Diskretnih struktur VSŠ
(Ljubljana, 9. september 2014)

*Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na **ucilnica.fri.uni-lj.si**.*

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Ali obstaja izraz I, za katerega je izraz

$$[(p \veebar q) \Rightarrow (I \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \veebar I]$$

protislovje oz. tavtologija. Za vsakega izmed obeh primerov poišči vsaj tak izraz I oz. utemelji, zakaj tak izraz ne obstaja.

2. Pokaži, da velja vsebovanost

$$(A \cup B) \cap C \subseteq [(A \cap C) \cup B] \cap [(B \cap C) \cup A]\,.$$

Pokaži, da v primeru, ko sta A in B disjunktni, velja enakost.

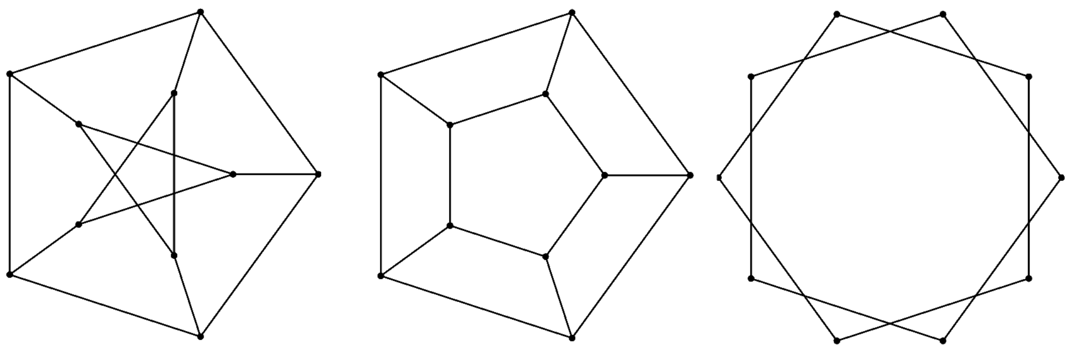
3. Na množici $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ je dana relacija R s predpisom

$$aRb \Leftrightarrow 5 \text{ deli } a^2 + b^2.$$

   (a) Nariši graf relacije R.
   (b) Ali je R refleksivna, simetrična, tranzitivna?
   (c) Denimo, da relacijo R definiramo na množici $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ z istim predpisom. Poišči

$$\{b \in B \mid 2Rb\}.$$

4. (a) Ali je kateri od grafov na sliki Eulerjev?
   (b) Ali je kateri dvodelen.
   (c) Ali sta katera od grafov izomorfna?



Vse odgovore dobro utemelji!

1. popravni kolokvij iz Diskretnih struktur VSŠ
(Ljubljana, 28. januar 2015)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na `ucilnica.fri.uni-lj.si`.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Za vsakega od spodnjih sklepov ugotovi, ali je pravilen. Če je pravilen, ga dokaži, sicer pa poišči protiprimer.

   (a) $p \vee q,\ \neg t \wedge s,\ r \Rightarrow \neg p,\ \neg r \Rightarrow \neg s \ \models\ q \wedge s$

   (b) $p \vee q,\ \neg t \wedge \neg s,\ r \Rightarrow \neg p,\ \neg r \Rightarrow \neg t \ \models\ q \vee s$

   Pazi, sklepa se razlikujeta v nekaterih predpostavkah, ne samo v zaključku.

2. Na množici $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ definiramo relaciji

   $$S = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\} \quad \text{in} \quad R = S \cup S^{-1}.$$

   (a) Z besedami opiši relacijo R.

   (b) Nariši grafe relacij R^2, R^3 in R^4.

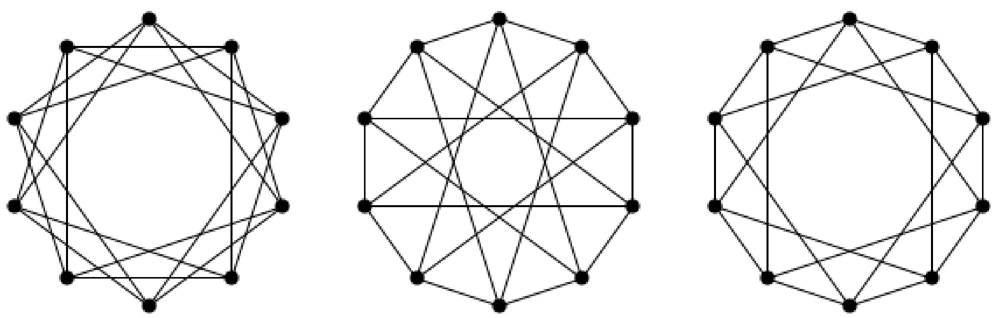
   (c) Ali so relacije R^2, R^3 oz. R^4 simetrične, tranzitivne ali refleksivne?

   (d) Ali je katera izmed potenc iz zgornje točke ekvivalenčna? Za ekvivalenčne relacije določi ekvivalenčne razrede.

3. (a) Ali so grafi na sliki Eulerjevi? Ali so Hamiltonovi?

   (b) Poišči kromatična števila grafov.

   (c) Poišči izomorfizem med levim in srednjim grafom.



4. Dane so permutacije

   $$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 \end{pmatrix},\ \beta = (1\,2)(1\,3)(4\,5)(4\,6),\ \gamma = (1\,4\,5\,2\,7\,8),\ \delta = (7\,8).$$

   (a) Določi red, parnost in ciklično strukturo permutacije $\alpha^{-1} * \beta * \gamma * \alpha$.

   (b) Poišči vsaj dve permutaciji π, ki rešita enačbo

   $$\alpha * \pi^2 * \delta * \alpha^{-1} = \beta * \gamma.$$

Vse odgovore dobro utemelji!

2. popravni kolokvij iz Diskretnih struktur VSŠ
(Ljubljana, 12. februar 2015)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na ***ucilnica.fri.uni-lj.si****.*

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Poišči interpretacijo, v kateri imata naslednji izjavni formuli različni logični vrednosti.
$$\neg \exists x(\neg P(x) \wedge \neg Q(x))$$
$$\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$$

2. Ali velja enakost
$$(A + C) \cap B = (A \cup B) \setminus (A \cap C)$$
Ali velja vsebovanost
$$(A + C) \cap B \subseteq (A \cup B) \setminus (A \cap C)$$

3. Preslikava $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ je definirana s predpisom
$$f(x, y) = (x + y, x + 3y)$$
   (a) Poišči $f(1, 1)$, $f(1, 2)$, $f(2, 1)$.
   (b) Poišči vse $(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, za katere je $f(x, y) = (3, 6)$. Poišči vse $(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, za katere je $f(x, y) = (3, 7)$.
   (c) Ali je preslikava f injektivna. Ali je surjektivna? Je bijekcija?

4. Janezek je šel za en teden na počitnice. Seveda si je vsak dan privoščil kakšno slaščico. Kos torte je stal 3,5 evra, dve kepici sladoleda pa 2,3 evra. Po koncu počitnic je ugotovil, da je zapravil za slaščice kar 50 evrov. Koliko kosov torte si je privoščil?

3. popravni kolokvij iz Diskretnih struktur VSŠ
(Ljubljana, 11. september 2015)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na `ucilnica.fri.uni-lj.si`.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Ali je kateri izmed sklepov pravilen?

$$p \vee q \Rightarrow r, \quad s \vee q \Rightarrow p, \quad s \vee r \quad \models \quad r$$

$$p \vee q \Rightarrow r, \quad s \vee q \Rightarrow p, \quad s \vee r \quad \models \quad p$$

   Odgovore dobro utemelji.

2. Naj bo $\mathcal{G}$ družina grafov na sedmih točkah, ki imajo 2 točki stopnje 3 in ostale stopnje 2.
   (a) Poišči nepovezan graf v množici $\mathcal{G}$.
   (b) Poišči povezan graf v $\mathcal{G}$, ki ima Hamiltonov cikel in povezan graf, ki nima Hamiltonovega cikla.
   (c) Poišči dva neizomorfna grafa v $\mathcal{G}$, ki nimata Hamiltonovih ciklov.

3. 1500 navijačev bi radi prepeljali z avtobusi na na štadion na tekmo. Na voljo imamo avtobuse z 31 sedeži in avtobuse s 47 sedeži. Koliko avtobusov naj naročimo, če naj bodo v vseh avtobusih zasedeni vsi sedeži.

4. Dane so permutacije

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 8 & 9 & 10 & 7 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

   in $\gamma = (1\,2\,3\,9)(4\,7\,5)(6\,10\,8)$.
   (a) Poišči ciklično strukturo, red in parnost permutacije α.
   (b) Poišči ciklično strukturo, red in parnost permutacije $\beta * \gamma$.
   (c) Pokaži, da enačba

$$\alpha * \pi * \alpha * \pi = \beta * \gamma$$

   ni rešljiva, če je π neznanka v enačbi.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. popravni kolokvij iz Diskretnih struktur VSŠ
(Ljubljana, 1. februar 2016)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na `ucilnica.fri.uni-lj.si`.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Ali je kateri izmed sklepov pravilen? Dokaži ali pa poišči protiprimer.

$$u \Rightarrow p, \quad u \vee t, \quad (t \vee s) \Rightarrow r \quad \models \quad \neg p \wedge q \Rightarrow r$$
$$u \Rightarrow p, \quad u \vee t, \quad (t \vee s) \Rightarrow r \quad \models \quad p \wedge q \Rightarrow r$$

2. Pokaži, da velja

$$((A + C) \cap B) \cup (A \cap (B + C)) \subseteq (A \cap C) \cup ((A \cup C) \cap B)$$

Ali velja enakost?

3. Na množici $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ definiramo relacijo R s predpisom

$$a\,R\,b \quad \text{natanko tedaj, ko} \quad 9 \ \text{deli} \ a - b - 3.$$

   (a) Nariši grafe relacij R, R^3 in R^+.
   (b) Ali so relacije refleksivne, simetrične oziroma refleksivne?
   (c) Za ekvivalenčne relacije poišči ekvivalenčne razrede.

4. Dani sta permutaciji

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 4 & 6 & 10 & 2 & 8 & 1 & 3 & 7 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

in

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 9 & 7 & 3 & 6 & 5 & 4 & 10 & 2 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

ter enačba

$$\alpha^2 * \pi^{10} * \alpha^{-1} = \beta$$

   (a) Poišči ciklično strukturo, red in parnost permutacije β.
   (b) Izračunaj π^{10}.
   (c) Poišči kako rešitev enačbe.

Vse odgovore dobro utemelji!

2. popravni kolokvij iz Diskretnih struktur VSŠ
(Ljubljana, 16. februar 2016)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na `ucilnica.fri.uni-lj.si`.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Opazujemo družino kubičnih grafov $\mathcal{G}_{10}$, ki vsebujejo natanko 10 točk.
   (a) Poišči (nariši, opiši) kak nepovezan graf G_1 iz $\mathcal{G}_{10}$.
   (b) Pokaži, da (do izomorfizma natanko) družina $\mathcal{G}_{10}$ vsebuje natanko en nepovezan graf (z drugimi besedami, če sta G' in G'' nepovezana grafa iz $\mathcal{G}_{10}$, potem sta izomorfna).
   (c) Poišči (nariši, opiši) kak hamiltonov graf G_2 iz $\mathcal{G}_{10}$.
   (d) Poišči (nariši, opiši) še en graf $G_3 \in \mathcal{G}_{10}$, ki ni izomorfen nobenemu od grafov G_1, G_2. Odgovor utemelji.

2. Za diofantsko enačno
$$60x + 48y = 1800$$
   (a) poišči vse njene celoštevilske rešitve in
   (b) poišči tudi vse rešitve iz množice naravnih števil.

3. Ali sta spodnji izjavni formuli ekvivalentni? Če nista poišči interpretacijo, v kateri imata nasprotni logični vrednosti.
$$\neg(\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x))$$
$$\forall x(\neg P(x) \vee \neg Q(x)$$

4. Podana je preslikava $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ s predpisom
$$f(x, y) = 2xy - 3x.$$
   (a) Ali je preslikava f injektivna?
   (b) Ali je f surjektivna? Ali je bijektivna?
   (c) Poišči vse pare števil (x, y), za katere velja $f(x, y) = 1$.
   (d) Poišči vse pare števil (x, y), za katere velja $f(x, y) = 0$.
   (e) Poišči takšno preslikavo $h : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, da bo veljala enakost $f \circ h = \mathrm{id}_{\mathbb{Z}}$.

Vse odgovore dobro utemelji!

3. popravni kolokvij iz Diskretnih struktur VSŠ

(Ljubljana, 8. september 2016)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na `ucilnica.fri.uni-lj.si`.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Lucasova števila sestavljajo zaporedje števil $\ell_0, \ell_1, \ell_2, \ldots$, podano z začetnima členoma $\ell_0 = 2, \ell_1 = 1$ in rekurzivno zvezo $\ell_n = \ell_{n-1} + \ell_{n-2}$, ki velja za $n \geq 2$.
   (a) Izračunaj prvih sedem členov zaporedja $(\ell_n)_n$.
   (b) S pomočjo matematične indukcije pokaži, da so za vse $k \in \mathbb{N}$ števila oblike ℓ_{3k} soda.
   (c) S pomočjo matematične indukcije pokaži, da za za vsak $k \geq 1$ velja ocena $0 \leq \ell_k \leq 2^k$.

2. Ali je kateri izmed sklepov pravilen? Dokaži ali pa poišči protiprimer.

$$u \Rightarrow p, \quad u \vee t, \quad (t \vee s) \Rightarrow r \quad \models \quad \neg p \wedge q \Rightarrow r$$
$$u \Rightarrow p, \quad u \vee t, \quad (t \vee s) \Rightarrow r \quad \models \quad p \wedge q \Rightarrow r$$

3. Na tržnici je Jana kupila nekaj jabolk in hrušk. Vsako jabolko stane 25 centov in hruška 18 centov, skupen račun pa je znašal 8 evrov in 39 centov. Koliko jabolk in koliko hrušk je kupila? Če je rešitev več, poišči vse.

4. Podano imamo množico števil $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Na njej definiramo relacijo R z opisom $xRy \iff |x - y| \in \{2, 4\}$.
   (a) Nariši grafe relacij R, R^2 in R^3.
   (b) Katera izmed zgornjih relacij je simetrična / tranzitivna / ekvivalenčna?
   (c) Za tiste relacije izmed R, R^2, R^3, ki so ekvivalenčne, poišči tudi ekvivalenčne razrede.