

## 2. kolokvij iz Diskretnih struktur Ljubljana, 25.1.2010

1. Na množici  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  je dana relacija

$$R = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (5, 3), (5, 4)\}.$$

Nariši graf relacije  $R$  in zapiši relacijo  $R^2 = R * R$  kot množico urejenih parov. Katere lastnosti ima relacija  $R$  (je refleksivna, simetrična, antisimetrična, tranzitivna, sovisna, enolična)?

2. Dani sta permutaciji

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 10 & 6 & 3 & 8 & 1 & 2 & 7 & 9 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

in

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 10 & 3 & 2 & 7 & 6 & 8 & 9 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

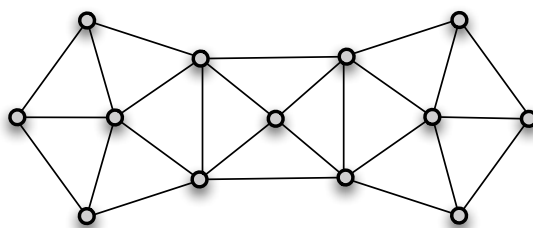
- (a) Določi ciklično strukturo, parnost in red permutacij  $\alpha$  in  $\beta$ .  
(b) Poišči vse možne ciklične strukture permutacije  $\pi$ , ki reši enačbo

$$\alpha * \beta * \pi^2 * \beta^2 = \text{id}.$$

- (c) Za vsako možno ciklično strukturo poišči eno rešitev zgornje enačbe.

3. Prireditelji svetovnega pokala v smučarskih skokih v Planici so ugotovili, da morajo na dan tekme zagotoviti prevoz 845-im potnikom iz Ljubljane v Planico. Na razpolago imajo manjše avtobuse s po 35 sedeži in večje s po 50 sedeži. Na koliko različnih načinov lahko pripeljejo vse potnike, če ne želijo imeti na avtobusih prostih sedežev?

4. Graf  $G$  je predstavljen na spodnji sliki.



- (a) Določi njegovo kromatično število. Utemelji!  
(b) Pokaži, da za vsak  $d \in \{3, \dots, 13\}$  graf  $G$  vsebuje cikel dolžine  $d$ .  
(c) Določi najmanjše število povezav, ki jih moraš iz  $G$  odstraniti, da prideláš Eulerjev graf? Utemelji!

**Odgovore dobro utemelji!**

*Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh  $A_4$  listov z obrazci. Rezultati bodo dostopni na [ucilnica.fri.uni-lj.si](http://ucilnica.fri.uni-lj.si).*

## 2. kolokvij iz Diskretnih struktur (Ljubljana, 18. 1. 2012)

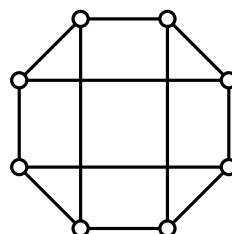
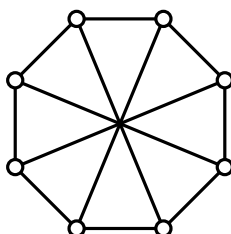
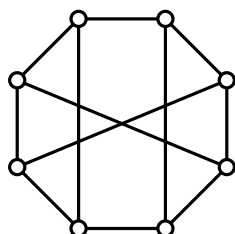
Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 s formulami. Rezultati bodo objavljeni na spletni strani *ucilnica.fri.uni-lj.si*. **Vse odgovore dobro utemelji!**

1. Na množici  $A = \{0, 1, \dots, 50\}$  je dana relacija  $R$ :

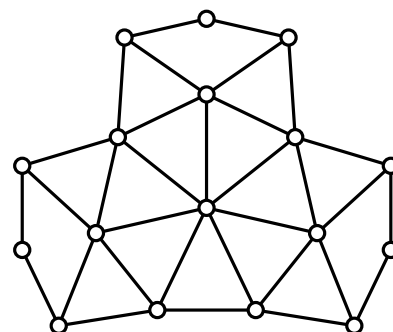
$$aRb \Leftrightarrow a - b \text{ je praštevilo.}$$

(1 in  $-7$ , denimo, nista praštevili.)

- Poišči vsa števila  $a \in A$ , za katera je  $aR17$ , in vsa števila  $b \in A$ , za katera je  $17Rb$ .
  - Naj bo  $R^+$  tranzitivna ovojnica relacije  $R$ . Za katere  $a \in A$  je  $aR^+17$  in za katere  $b \in A$  je  $17R^+b$ ?
  - Opiši relacijo  $R^+$ .
2. (a) Naštej vsaj 4 lastnosti, ki so skupne vsem grafom na spodnji sliki.  
(b) Za vsakega od treh grafov določi dolžino najkrajšega cikla.  
(c) Za vsak par grafov odloči ali sta izomorfna ali ne. Odgovore dobro utemelji.



3. (a) Ali je graf na desni dvodelen?  
(b) Določi kromatično število tega grafa. Odgovor utemelji.  
(c) Ali je Eulerjev?  
(d) Ali je Hamiltonov? Če je, nariši kakšen Hamiltonov cikel. Če ni, to dokaži.



4. Študent se je vrnil s potovanja po Aziji. Ostalo mu je nekaj hongkonških dolarjev (HKD) in nekaj kitajskih juanov (CNY). Menjalna tečaja sta bila 0.105 EUR za 1 HKD in 0.125 EUR za 1 CNY. Pri menjavi je študent dobil 8.80 EUR. Koliko ene in koliko druge valute je prinesel nazaj, če veš, da je bilo hongkonških dolarjev več kot kitajskih juanov?

**Vse odgovore dobro utemelji!**

## 2. kolokvij iz Diskretnih struktur VSŠ (Ljubljana, 11. januar 2013)

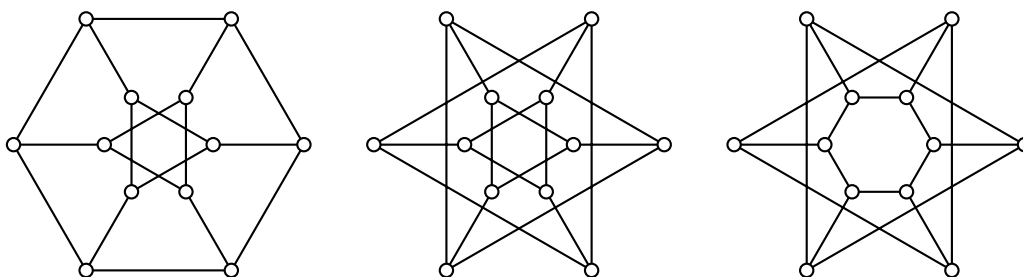
Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na [ucilnica.fri.uni-lj.si](http://ucilnica.fri.uni-lj.si).

**Vse odgovore dobro utemelji!**

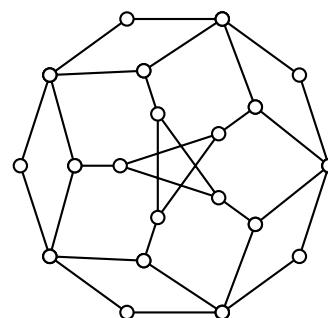
1. Na množici  $A = \{1, 2, \dots, 10\}$  definiramo relacijo  $R$ :

$$xRy \iff y - x = 3.$$

- Pokaži, da je  $R^4$  prazna relacija.
  - Opiši  $S = R \cup R^2 \cup R^3$  in pokaži, da je  $S$  tranzitivna.
  - Ali je  $S \cup S^{-1}$  ekvivalenčna relacija?
2. Funkcijo  $f$  definiramo z opisom:  $f(n)$  je produkt praštevilskih deliteljev naravnega števila  $n$ .
- Izračunaj  $f(9)$ ,  $f(10)$ ,  $f(11)$  in  $f(12)$ .
  - Ali je  $f$  surjektivna oziroma injektivna? Utemelji!
3. (a) Naštej vsaj 4 lastnosti, ki so skupne vsem trem grafom na spodnji sliki.
- Ali je kateri od teh grafov dvodelen?
  - Za vsak par grafov ugotovi, ali sta izomorfna ali ne.



4. (a) Določi kromatično število grafa na sliki.
- Ali je Hamiltonov? Če je, potem nariši kakšen Hamiltonov cikel. Če ni, pa to pokaži z izrekom o razpadu grafa.



**Vse odgovore dobro utemelji!**

## 2. kolokvij iz Diskretnih struktur VSŠ (Ljubljana, 16. januar 2014)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

**Vse odgovore dobro utemelji!**

1. (a) Poišči vsaj eno preslikavo  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , ki je surjektivna, ni pa injektivna.  
(b) Poišči vsaj eno preslikavo  $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , ki je injektivna, ni surjektivna in ima v zalogi vrednosti samo števila, ki so tuja 6.  
(c) Poišči vsaj eno preslikavo  $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , ki je bijektivna in zanjo velja, da je razlika  $|f(n) - n|$  poljubno velika.  
(To pomeni, da ne obstaja naravno število  $M$ , pri katerem je za vsak argument  $n \in \mathbb{N}$  razlika  $|f(n) - n| \leq M$ .)

2. Koliko naravnih števil iz množice  $\{1, 2, 3, \dots, 4321\}$  je deljivih z natanko enim izmed števil 2, 4, 6 ?

3. Študent se mora pripraviti na dva kolokvija. Ima ogromno zalogo nalog, za učenje pa bo porabil točno 15 ur časa. Za rešitev ene naloge iz MAT potrebuje 12 minut, za rešitev ene naloge iz DS pa 21 minut.

Koliko nalog pri vsakem predmetu naj reši, če se želi na oba predmeta čimbolj enakovredno pripraviti (torej rešiti približno enako število nalog).

4. Za permutaciji  $\pi$  in  $\alpha$  velja enakost

$$\pi * \alpha * \pi = \alpha^{-1}.$$

- (a) Izračunaj red permutacije  $\pi * \alpha$ .
- (b) Za permutacijo  $\beta$  vemo, da je njen red enak 5. Kaj lahko poveš o ciklični strukturi permutacije  $\beta$ ?
- (c) Določi vsaj štiri permutacije  $\pi$ , ki zadoščajo prvotni enakosti, če za permutacijo  $\alpha$  velja

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 1 & 9 & 8 & 3 & 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Vse odgovore dobro utemelji!**

## 2. kolokvij iz Diskretnih struktur VSŠ (Ljubljana, 15. januar 2015)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na [ucilnica.fri.uni-lj.si](http://ucilnica.fri.uni-lj.si).

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Naj bo  $B$  množica bitnih besed (končnih zaporedij ničel in enic). Na  $B$  definiramo relacijo

$$bRb' \iff \text{Iz vseh znakov besed } b \text{ in } b' \text{ lahko sestavimo palindrom}$$

- (a) Pokaži, da je  $R$  refleksivna in simetrična relacija.  
(b) Določi vsaj 5 besed različnih dolžin, ki so v relaciji z besedo

010001

- (c) Ali je  $R$  tranzitivna? Dokaži ali pa poišči protiprimer.

Mimogrede, *palindrom* je beseda, ki se z desne proti levi prebere enako kot od leve proti desni.

2. Preslikava  $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  je definirana s predpisom

$$f((x, y)) = 1 + xy.$$

- (a) Izračunaj  $f((1, 3))$ ,  $f((2, 2))$ ,  $f((3, 1))$ .  
(b) Poišči vse pare  $(x, y)$ , za katere je  $f((x, y)) = 1$ .  
(c) Je preslikava  $f$  injektivna? Ali je surjektivna?  
(d) Poišči vsaj dve preslikavi  $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ , za kateri je

$$f \circ h = \text{id}_{\mathbb{Z}}.$$

3. Poišči vse Hamiltonove grafe, ki imajo zaporedje stopenj točk enako

444222222.

Koliko sosed stopnje 2 ima lahko točka v Hamiltonovem grafu?

4. Poišči vse rešitve diofantske enačbe

$$93x + 155y = 2015.$$

Koliko je rešitev v naravnih številih?

Vse odgovore dobro utemelji!

## 2. kolokvij iz Diskretnih struktur VSŠ (Ljubljana, 20. 1. 2016)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

**Vse odgovore dobro utemelji!**

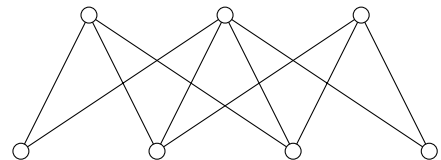
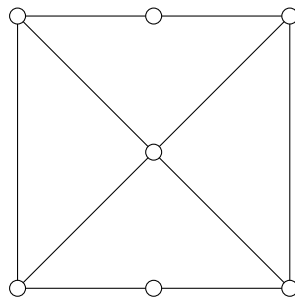
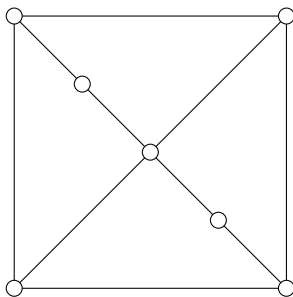
1. Tekmovalcem na računalniškem tekmovanju hrano dostavljajo v paketih po 14 in 35 sendvičev. Koliko paketov katerih naj dostavijo, da jim bo na koncu ostalo čim manj sendvičev, če je tekmovalcev 536 in vsak dobi natanko en sendvič?
2. V programerskem podjetju zaposleni pri svojem delu uporabljajo programske jezike P(ython), R(uby) in G(roovy). Zaposlenih, ki uporabljajo samo P, je 10 več kot zaposlenih, ki uporabljajo samo G, in 5 več kot zaposlenih, ki uporabljajo samo R. Sedem zaposlenih programira v P in G, ravno toliko pa v P in R. V jezikih G in R jih programira dvakrat toliko, programerjev, ki uporabljajo vsaj dva jezika pa je natanko 24.

Koliko programerjev je zaposlenih v podjetju, če veš, da jih v G programira natanko 20?

3. Preslikavi  $g, f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  sta opisani takole:

$$f(x, y) = (x + y, x - y), \quad g(x, y) = (x + y, y).$$

- (a) Poišči  $f(4, 2)$  in  $g(4, 2)$ .
  - (b) Poišči vse  $(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ , za katere je  $f(a, b) = (5, 2)$  in vse  $(c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ , za katere je  $g(c, d) = (6, 2)$ .
  - (c) Ali je  $f$  surjektivna, ali je  $g$  injektivna preslikava?
  - (d) Določi  $f \circ f$ .
  - (e) Poišči preslikavo  $h : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ , za katero velja  $g \circ h = f$ .
4. (a) Določi kromatična števila grafov.  
(b) Ali so grafi Eulerjevi?  
(c) Ali so grafi Hamiltonovi?  
(d) Ali sta katera izmed grafov izomorfna? Utemelji.



**Vse odgovore dobro utemelji!**