

**4. naloga (25 točk)**

a) (10 točk) Izračunaj nedoločeni integral:

$$\int \frac{1}{e^x + 1} dx$$

.

b) (15 točk) Dana je funkcija  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  s predpisom  $f(x) = \frac{\sqrt{2x}}{1+x^2}$ . Območje med grafom funkcije  $f$  in abscisno osjo zavrtimo okoli abscisne osi in dobimo neomejeno telo  $D$ . Prepričaj se, da ima telo  $D$  končno prostornino in jo izračunaj.

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
$\Sigma$	

**Osnove matematične analize:**

**3. računski izpit - izredni rok**

20. april 2022

Čas pisanja je 90 minut. Dovoljena je uporaba 1 lista A4 formata s formulami in navadnega kalkulatorja. Uporaba grafičnega kalkulatorja ali drugih pripomočkov ni dovoljena. Vse odgovore dobro utemelji!

**1. naloga (25 točk)**

Zaporedje števil  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  je definirano z začetnima členoma  $a_0 = 0$ ,  $a_1 = 2$  in rekurzivno zvezo

$$a_n = 4a_{n-1} - 3a_{n-2},$$

ki velja za  $n \geq 2$ . S pomočjo matematične indukcije dokaži, da za vsak  $n \in \mathbb{N}$  velja

$$a_n = 3^n - 1.$$

**2. naloga (25 točk)**

Funkcija  $f$  je definirana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} ae^x & ; x \leq -2, \\ x + 1 & ; -2 < x < 1, \\ b + \frac{1}{x} & ; x \geq 1 \end{cases}$$

**a) (12 točk)** Določi  $a$  in  $b$  tako, da bo  $f$  zvezna na vsej realni osi.

**b) (8 točk)** Skiciraj graf in določi zalogo vrednosti funkcije  $f$ .

**c) (5 točk)** Ali je  $f$  injektivna? Odgovora utemelji!

**3. naloga (25 točk)**

Naj bo

$$f(x, y) = 4x^2 + \frac{x^3}{6} + 4xy + 2y^2.$$

a) (6 točk) Izračunaj oba parcialna odvoda prvega reda.

b) (10 točk) Poišči vse stacionarne točke funkcije  $f$ .

c) (9 točk) Klasificiraj stacionarne točke funkcije  $f$ .