

3. popravni kolokvij iz Osnov matematične analize 30. avgust 2012

1. Poišči vsa kompleksna števila, ki rešijo neenačbo

$$|z| > z \cdot \bar{z}.$$

Množico vseh rešitev skiciraj v kompleksni ravnini.

2. Podana je funkcija

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}.$$

- Poišči definicijsko območje funkcije f .
 - Določi ničle in pole funkcije f .
 - Izračunaj odvod funkcije f in določi morebitne lokalne ekstreme.
 - Izračunaj točke, v katerih ima graf funkcije f prevoje.
 - Skiciraj funkcijo f .
3. Funkcijo $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ razvij v Taylorjovo vrsto okoli točke $x_0 = 0$.
(*Namig:* Najprej napiši Taylorjevo vrsto za funkcijo $\frac{1}{1+x^2}$, pomagaj si z geometrijsko vrsto!).
S pomočjo Taylorjevega polinoma tretje stopnje nato oceni vrednost $f(1/2)$. Kaj ti Taylorjev izrek pove o višini maksimalne napake, ki si jo pri tako izračunani oceni funkcijske vrednosti lahko naredil? Kakšna je dejanska napaka, ki si jo naredil?
4. Zapiši ploščino pod grafom funkcije $f(x) = \arcsin(x)$ na intervalu $[0, 1]$ v obliki integrala in jo izračunaj (pomagaj si z integriranjem po delih).
5. Reši diferencialno enačbo.

$$x^2 y' - 1 = x, \quad y(1) = 0$$

Čas reševanja je 90 minut. Vsaka naloga je vredna 25 točk. Za 100% zadostuje 100 točk (25 točk je bonus).

Odgovore dobro utemelji!!