

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

## Izpit iz Osnov matematične analize 6. februar 2013

- Čas pisanja: **45 minut**
- Vse rezultate zapišite na ta papir, pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi.
- Vsi deli nalog so enakovredni.
- Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pripomočkov je **strogo** prepovedano.

### 1. [20 točk] Absolutna vrednost

(a) Zapišite definicijo absolutne vrednosti realnega števila  $x$ .

(b) Zapišite v obliki enačbe naslednjo trditev: *Število  $x$  je enako oddaljeno od števila 0 kot od števila  $x^2$ .*

(c) Poiščite vse rešitev enačbe, ki ste jo zapisali.

(d) Narišite graf funkcije  $f(x) = |\log x|$ .

2. [20 točk] Vrste

(a) Kaj je delna vsota vrste  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ ? Zapišite prve tri delne vsote vrste  $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n$

(b) Vrsta  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  je konvergentna, če \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_.

(c) Zapišite geometrijsko vrsto s kvocientom  $q$ . Za kakšne vrednosti  $q$  je vrsta konvergentna?

(d) Ali je vrsta  $\sum_{n=0}^{\infty} (0.98)^n$  konvergentna in zakaj? Če je, koliko je njena vsota? Kaj pa vrsta  $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n$ ?

3. [20 točk] Funkcije

(a) Funkcija  $f$  je injektivna, če velja: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_.

Določite, ali je funkcija  $f$  injektivna. Če ni, napišite zakaj ni, in če je, zapišite njeno inverzno funkcijo  $f^{-1}$  in pa definicijsko območje **inverzne funkcije**.

(b)  $f(x) = e^{x-1}$

(c)  $f(x) = |\cos x|$

(d)  $f(x) = \arcsin(x - 1)$

4. [20 točk] Funkcije dveh spremenljivk

- (a) Kaj je gradient funkcije dveh spremenljivk  $f(x, y)$ ?
- (b) Zapišite gradient funkcije  $f(x, y) = x^3 - 3x^2y + y^2/2$  v točki  $(1, 1)$ .
- (c) Zapišite smerni odvod funkcije  $f(x, y)$  v točki  $(1, 1)$  v smeri vektorja  $\mathbf{v} = (-1, 1)$ .
- (d) Ali se bo funkcijska vrednost ob majhnem premiku iz točke  $(1, 1)$  v smeri vektorja  $(-1, 1)$  povečala ali zmanjšala?

5. [20 točk] Nedoločeni in določeni integral

Za funkcijo  $F(x) = \int_0^x \frac{1-t^2}{\sqrt{t^4+1}} dt$

- (a) zapišite njen odvod,
- (b) določite območja padanja in naraščanja,
- (c) poiščite lokalne ekstreme,
- (d) zapišite enačbo tangente na graf v točki  $x = 0$ .