

Osnove matematične analize

1. izpit

9. februar 2012

Vsaka naloga je vredna 25 točk. Za 100% morate pravilno rešiti vse naloge. Čas pisanja je 45 minut. Uporaba pripomočkov (razen pisala) ni dovoljena. Odgovore **čitljivo** napišite v prostor pod vprašanji. Če prostora zmanjka, uporabite pomožni A3 list, vendar dobro označite, kje je odgovor.

1. Kaj je polarni zapis kompleksnega števila z ? Zapišite število $z = -2i$ v polarni obliki. Zapišite še pravilo za množenje kompleksnih števil v polarni obliki.

Opišite množico $D = \{z, |z| \leq 1, \operatorname{Re}(z) \geq 0\}$ v polarnih koordinatah in jo narišite.

Poišite sliko množice D s preslikavo $z \mapsto -2iz$: opišite jo v polarnih koordinatah in jo narišite.

2. Zapišite definicijo odvoda funkcije $f(x)$ v točki a .

Poiščite odvoda naslednjih dveh funkcij

(a) $f(x) = xe^{x^2-x}$

(b) $F(x) = \int_0^x te^{t^2-t} dt$

3. Dopolnite definicijo: Funkcija $f(x)$ je injektivna, če ...

Za vsako od naslednjih funkcij ugotovite ali je injektivna. Če ni, povejte zakaj ni, če je, pa poiščite njeno inverzno funkcijo.

(a) $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 1}$

(b) $f(x) = e^{\cos x}$

(c) $f(x) = \arcsin(1 - 2x)$

(d) $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

4. Kaj je povprečna vrednost funkcije $f(x)$ na intervalu $[a, b]$?

Narišite graf funkcije $f(x) = |\cos x|$ in izračunajte njeno povprečno vrednost na intervalu $[-\pi, \pi]$.