Raketa

Raketo, ki brez goriva tehta $800kg$ želimo poslati v orbito Mednarodne vesoljske postaje (MVP). Raketni motorji porabijo 60kg goriva vsako sekundo. Tok izgorelih plinov brizga skozi potisne šobe s hitrostjo $5500\mathrm{ms}^-1$, dokler goriva ne zmanjka. Ko raketa vzleti, nanjo delujejo gravitacija, sila potiska in sila upora, ki je odvisna od hitrosti v in gostote zraka, in je enaka

$$F_u = -\frac{1}{2}\rho\vec{v}\|\vec{v}\|SC_u, \tag{1}$$

kjer je ρ gostota zraka, $\vec{v}$ hitrost rakete, $S(0.5\mathrm{m}^2)$ prečni prerez rakete in $C_u(0.2)$ koeficient upora, ki je odvisen od oblike rakete in lastnosti materiala iz katerega je izdelana.

1. Zapiši diferencialno enačbo in začetne pogoje, iz katerih bomo lahko ugotovili, kako se bo gibala raketa.
2. Iz podatka o višini MVP določi orbitalno hitrost.
3. Označimo z α naklon rakete, glede na navpičnico. S simulacijami preverite, ali je mogoče doseči in ostati na orbiti, če je α konstanten.
4. Predpostavimo, da se α spreminja linearno. Določite, koliko goriva potrebujemo, da raketa doseže orbito (s primerno orbitalno hitrostjo).
5. Raketo v začetku, ko je zračni upor velik pošljemo v navpični smeri in jo šele čez določen čas t_0 začnemo nagibati. Koliko naj bo t_0, pri katerem bo raketa za dostop do orbite potrebovala najmanj goriva?
6. Poskusite simulirati gibanje rakete v orbiti z numeričnimi metodami. Koliko časa ostane raketa v orbiti? Ali je čas odvisen od izbire metode?

Zaradi enostavnosti, uporabite naslednje poenostavitve:

1. Zemlja je idealna krogla.
2. Ni vetra in vlažnost je konstantna. (pritisk in gostota se z višino spreminjata)
3. Raketni motorji izgorevajo s konstantno porabo, dokler delujejo.
4. Zanemarimo gravitacijo drugih nebesnih teles (npr. Mesec).