

# Izpit iz Matematičnega modeliranja

25. 8. 2016

1. Dane so točke  $(-1, 3)$ ,  $(0, 3)$ ,  $(1, 1)$  in  $(2, 5)$ . Določite parametra  $a$  in  $b$ , da bo funkcija

$$f(x) = a(x - 1) + b(x - 1)^2,$$

v smislu metode najmanjših kvadratov najboljše aproksimirala dane točke.

- (a) Zapišite (predoločen) sistem linearnih enačb za  $a$  in  $b$ .
- (b) Poiščite Moore–Penroseov inverz  $A^+$  matrice  $A$  tega sistema.
- (c) S pomočjo Moore–Penroseovega inverza poiščite iskane vrednosti za parametra  $a$  in  $b$ .

2. Naj bo  $P = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  prehodna matrika markovske verige s stanji  $s_1$ ,  $s_2$  in  $s_3$ .

- (a) Če markovska veriga začne svoj sprehod v stanju  $s_1$ , kolikokrat lahko pričakujemo, da se bo veriga vrnila v stanje  $s_1$ ?
- (b) Ali ima ta markovska veriga absorbirajoča stanja? Poiščite jih!
- (c) Če markovska veriga začne svoj sprehod v stanju  $s_1$ , koliko je pričakovano število korakov, ki jih veriga naredi, preden pride v absorbirajoče stanje?

3. Naj bo  $K$  krivulja s parametrizacijo  $x(t) = t^2$ ,  $y(t) = t(t^2 - 3)$ .

- (a) Poiščite presečišča te krivulje s koordinatnima osema.
- (b) Poiščite točke na  $K$ , v katerih je tangenta vodoravna.
- (c) Poiščite točke na  $K$ , v katerih je tangenta napična.
- (d) Izračunajte ploščino zanke, ki jo krivulja  $K$  opiše.

4. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe

$$\ddot{x} - 3\dot{x} + 2x = e^{3t},$$

ki zadošča začetnemu pogoju  $x(0) = 1$ ,  $\dot{x}(0) = 0$