

# Diskretne strukture

## Predavanja

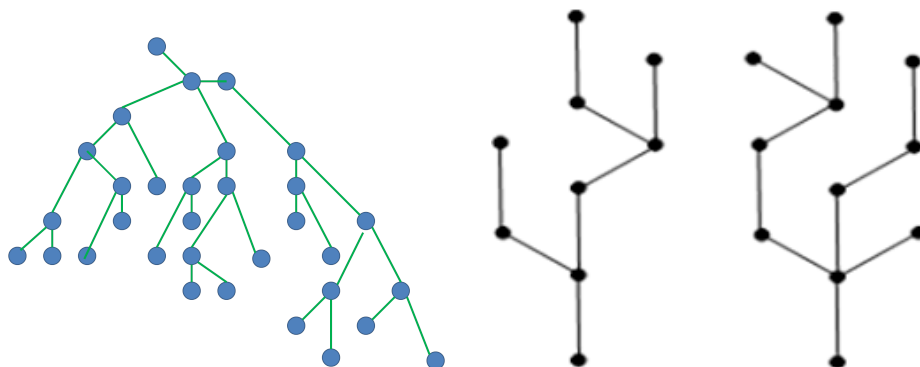
Fakulteta za računalništvo in informatiko  
Univerza v Ljubljani

13. december 2022

1/7

## Drevesa in gozdovi

**Drevo** je povezan graf brez ciklov. **Gozd** je graf brez ciklov.



### Trditev

$G$  je gozd  $\iff$  povezane komponente  $G$  so drevesa.

$G$  je drevo  $\iff G$  je povezan gozd.

### Primer

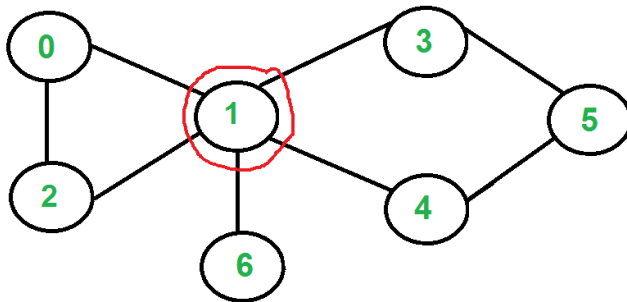
Grafi  $P_n$  in  $K_{1,n}$  so drevesa.

2/7

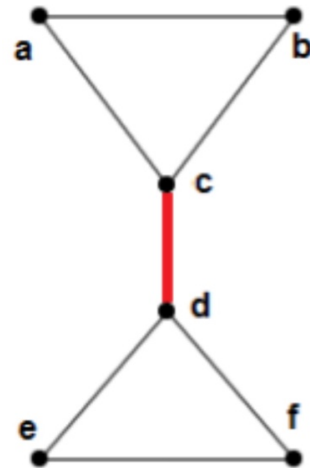
## Prerezne točke in povezave

$v \in V(G)$  je **prerezna točka** grafa  $G$ , če ima  $G - v$  strogo več povezanih komponent kot  $G$ .

$e \in E(G)$  je **prerezna povezava** grafa  $G$ , če ima  $G - e$  strogo več povezanih komponent kot  $G$ .



Articulation Point is 1

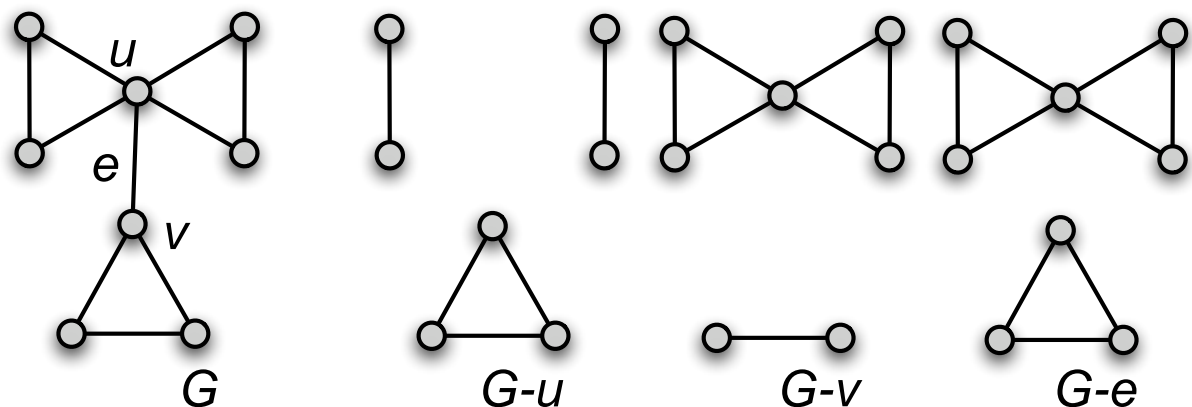


3/7

## Prerezne točke in povezave

### Trditev

$e \in E(G)$  je prerezna povezava natanko tedaj, ko  $e$  ne leži na nobenem ciklu v grafu  $G$ .



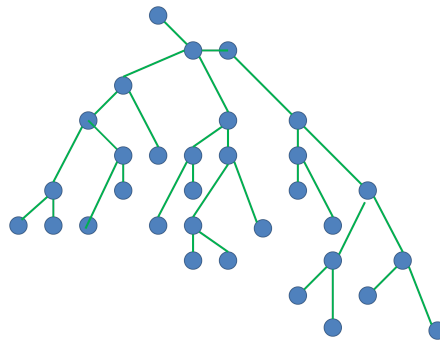
$u$  in  $v$  sta prerezni točki v grafu  $G$ ,  $e$  je prerezna povezava.

4/7

## Lastnosti dreves

Naj bo  $T$  drevo z  $n$  točkami in  $m$  povezavami.

1.  $T$  je povezan graf.
2.  $T$  je brez ciklov.
3.  $m = n - 1$ .
4. Vsaka povezava v  $T$  je prerezna.
5. Za poljubni točki  $u, v \in V(T)$  obstaja natančno ena  $u - v$  pot v  $T$ .
6. Če drevesu  $T$  dodamo katerokoli novo povezavo, vsebuje dobljeni graf natanko en cikel.



5/7

## Vpeto drevo

Naj bo  $G$  graf in  $H \subseteq G$ .  $H$  je **vpeto drevo** v  $G$ , če je

- ▶  $H$  vpet podgraf v  $G$  in
- ▶  $H$  drevo.

6/7

# Lastnosti

## Izrek

$G$  je povezan  $\iff G$  ima vsaj eno vpeto drevo.

Ideja dokaza: Induktivno odstranjujemo povezave na ciklih, dokler ciklov ne zmanjka.

## Trditev

Če je  $T$  drevo in  $|V(T)| \geq 2$ , potem ima  $T$  vsaj dva lista.

Ideja dokaza: Uporaba leme o rokovanju.

## Posledica

Če je  $G$  povezan in  $|V(G)| \geq 2$ , potem vsebuje  $G$  vsaj dve točki, ki **nista** prerezni.