1. Poišči splošne rešitve spodnjih linearnih diferencialnih enačb in pripadajočih začetnih problemov.

   (a) $xy' + y = 3x^2 - 2x + 1$, $y(1) = 1$,
   (b) $y' + y = x + 1$, $y(0) = 2$,
   (c) $\sin(x)y' + y = 1$, $y(\pi/2) = 2$,
   (d) $y' + y/x = \cos(x)$, $y(\pi) = 0$,
   (e) $xy' + y = -\sin(x)$, $y(\pi) = 0$,
   (f) $y' - 2xy = 2x$, $y(1) = 0$.

2. **Ortogonalne trajektorije.** Naj bo $f(x,y,c)$ funkcija treh spremenljivk. Spremenljivki x in y gledamo kot običajni kartezični koordinati točke v ravnini, spremenljivko c pa kot parameter. Enačba $f(x,y,c) = 0$ podaja družino krivulj v ravnini. (Pri vsakem parametru c dobimo po eno nivojnico funkcije dveh spremenljivk.) Pri dani družini krivulj bomo poiskali družino *ortogonalnih trajektorij* na te krivulje – novo družino krivulj, v kateri vsaka krivulja seka krivulje iz prve družine pod pravim kotom. Kako? Poiščemo diferencialno enačbo prvega reda, katere splošna rešitev se izrazi z enačbo $f(x,y,c) = 0$, nato pa v tej diferencialni enačbi y' zamenjamo z $-1/y'$.

   Poišči ortogonalne družine krivulj k spodnjim družinam. (Rezultat lahko pustiš v implicitni obliki.)

   (a) $y = x^2 + a$ za $a \in \mathbb{R}$,
   (b) $y = \dfrac{a}{x}$ za $a \in \mathbb{R}$,
   (c) $y = ax^2$ za $a \in \mathbb{R}$,
   (d) $y = ax^n$ za $a \in \mathbb{R}$ in (fiksen) $n \in \mathbb{N}$,
   (e) $(x+y)^2 = ax^2$ za $a \in \mathbb{R}$,
   (f) $x^2 + y^2 = r^2$ za $r \in \mathbb{R}$,
   (g) $(x-r)^2 + y^2 = r^2$ za $r \in \mathbb{R}$.

3. Dana je diferencialna enačba

$$2xy - 9x^2 + (2y + x^2 + 1)y' = 0$$

   z začetnim pogojem $y(0) = -3$.

   (a) Zapiši funkciji $P(x,y)$ in $Q(x,y)$, da bo $P(x,y) + Q(x,y)y' = 0$ ravno zgornja diferencialna enačba.
   (b) Preveri, da velja $P_y = Q_x$.
   (c) Poišči funkcijo $f(x,y)$, da bo veljalo $P = f_x$ in $Q = f_y$.
   (d) Reši zgornjo diferencialno enačbo.