

1. Naj bo $\mathbf{a} = [1, 1, 1]^T \in \mathbb{R}^3$. Katere od spodaj naštetih množic so in katere niso vektorski podprostor v \mathbb{R}^3 ? V vsakem od podprostorov poišči vsaj eno neprazno linearno neodvisno podmnožico vektorjev, tj. bazo tega vektorskega podprostora!

- $U_1 = \{\mathbf{x} : \mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = 0\}$,
- $U_2 = \{\mathbf{x} : \mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = 1\}$,
- $U_3 = \{\mathbf{x} = [1, x_2, x_3]^T\}$,
- $U_4 = \{\mathbf{x} = [x_1, x_2, 2x_1 - x_2]^T\}$,
- $U_5 = \{\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]^T : x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$,
- $U_6 = \{\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]^T : x_1 x_2 x_3 = 0\}$,
- $U_7 = \{\mathbf{x} : \mathbf{x} \times \mathbf{a} = \mathbf{0}\}$.

2. Naj bo A $n \times m$ matrika.

- (a) Označimo z $N(A) \subseteq \mathbb{R}^m$ množico vseh rešitev linearnega sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$, tj. $N(A) := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m : A\mathbf{x} = \mathbf{0}\}$. Preveri, da je $N(A)$ vektorski podprostor v \mathbb{R}^m . Pravimo mu *ničelni prostor matrike A*.
- (b) Označimo s $C(A) \subseteq \mathbb{R}^n$ podmnožico vseh linearnih kombinacij stolpcev matrike A . Preveri, da je $C(A)$ vektorski podprostor v \mathbb{R}^n . Pravimo mu *stolpčni prostor matrike A*.
- (c) Konkretno naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Poišči bazi za $N(A)$ in $C(A)$.

Rešitev: ...le (c) del:

$$\mathcal{B}_{N(A)} = \{[1, 0, 0, 0, -1]^T, [0, 1, 0, -1, 0]^T\},$$

$$\mathcal{B}_{C(A)} = \{[1, 3, 3, 3, 1]^T, [3, 1, 3, 1, 3]^T, [3, 3, 1, 3, 3]^T\}.$$