

1. popravni kolokvij iz Linearne algebre

(Ljubljana, 18. 6. 2015)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov s formulami. Rezultati bodo objavljeni na strani uci.lnca.uni-lj.si.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Naj bo p premica s parametrizacijo

$$p : \mathbf{r}(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

- Poišči enačbo ravnine Σ , ki je pravokotna na p in gre skozi točko $A(1, 1, 1)$.
- Poišči enačbo ravnine Λ , ki vsebuje premico p in gre skozi točko $A(1, 1, 1)$.
- Zapiši parametrizacijo premice q , ki je presek ravnin Σ in Λ .

2. Dane so matrice

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ in } \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Rešiti želimo matrično enačbo $AXB = C$ z neznano matriko X .

- Katera od naštetih matrik naj bo A , katera B in katera C , da bo ta matrična enačba smiselna?
- Koliko vrstic in koliko stolpcev ima v tem primeru matrika X ?
- Poišči matriko X .

3. Naj bo V vektorski podprostor v \mathbb{R}^3 ,

$$V = \{[z, y + z, z]^T : y, z \in \mathbb{R}\}.$$

- Poišči bazo prostora V .
- Poišči *ortonormirano* bazo prostora V .
- Določi pravokotno projekcijo vektorja $\mathbf{x} = [2, 2, 0]^T$ na V .

4. Naj bo A matrika

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Poišči bazo ničelnega prostora matrike A , $\mathcal{B}_{N(A)}$.
- Poišči bazo stolpčnega prostora matrike A , $\mathcal{B}_{C(A)}$.
- Kateremu lastnemu podprostoru A je enak $N(A)$? Kateri lastni vektorji A so vsebovani v $C(A)$? Natančno razmisli, *odgovori in utemelji*, nato pa...
- ... poišči najprej lastne vektorje in še pripadajoče lastne vrednosti A .

Vse odgovore dobro utemelji!