1. kolokvij iz Linearne algebre
(Ljubljana, 19. 4. 2012)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba enega ali dveh A4 listov s formulami. Rezultati bodo objavljeni na strani `ucilnica.fri.uni-lj.s`

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Premica p gre skozi točki $A(1,2,1)$ in $B(-1,0,2)$, ravnina Σ pa je določena z enačbo
$$x - 2y + 2z = -5.$$
   (a) Poišči presečišče premice p z ravnino Σ.
   (b) Določi kot med premico p in ravnino Σ.
   (c) Prezrcali premico p čez ravnino Σ.

2. Poišči vse rešitve sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, kjer je
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ -2 & -4 & -2 & 1 \\ 3 & 6 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$
   Ali obstaja rešitev sistema, pri kateri je vsota vseh koordinat enaka 0? Če taka rešitev obstaja, jo poišči!

3. Reši t.i. Sylvestrovo matrično enačbo
$$\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} X + X \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}.$$
   (Poiskati moraš tako 2×2 matriko X, da bo veljala zgornja enakost.) *Namig:* Zapiši
$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix},$$
   zmnoži in seštej matrike na levi strani, nato pa reši dobljen sistem enačb s štirimi neznankami.

4. Dani so vektorji
$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_5 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$
   (a) Poišči bazo in dimenzijo linearne lupine vektorjev $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4, \mathbf{v}_5$.
   (b) Dopolni bazo iz prejšnje točke do baze prostora $\mathbb{R}^4$.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. kolokvij iz Linearne algebre
(Ljubljana, 19. 4. 2012)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba enega ali dveh A4 listov s formulami. Rezultati bodo objavljeni na strani `ucilnica.fri.uni-lj.s`

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Premica p gre skozi točki $A(1,2,1)$ in $B(-1,0,2)$, ravnina Σ pa je določena z enačbo
$$x - 2y + 2z = -5.$$
   (a) Poišči presečišče premice p z ravnino Σ.
   (b) Določi kot med premico p in ravnino Σ.
   (c) Prezrcali premico p čez ravnino Σ.

2. Poišči vse rešitve sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, kjer je
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ -2 & -4 & -2 & 1 \\ 3 & 6 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$
   Ali obstaja rešitev sistema, pri kateri je vsota vseh koordinat enaka 0? Če taka rešitev obstaja, jo poišči!

3. Reši t.i. Sylvestrovo matrično enačbo
$$\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} X + X \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 8 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}.$$
   (Poiskati moraš tako 2×2 matriko X, da bo veljala zgornja enakost.) *Namig:* Zapiši
$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix},$$
   zmnoži in seštej matrike na levi strani, nato pa reši dobljen sistem enačb s štirimi neznankami.

4. Dani so vektorji
$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_5 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$
   (a) Poišči bazo in dimenzijo linearne lupine vektorjev $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4, \mathbf{v}_5$.
   (b) Dopolni bazo iz prejšnje točke do baze prostora $\mathbb{R}^4$.

Vse odgovore dobro utemelji!