

## 2. IZPIT, LINEARNA ALGEBRA TEORETIČNI DEL

### 28. junij 2021

(Na teoretičnem delu je 6 nalog, ki so skupaj vredne 56 točk. Za 100% je potrebno doseči 50 točk.)

1. (8 točk) Naj bo matrika  $B \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$  dobljena iz matrike  $A \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$  z menjavo prve in pete vrstice. Če je  $\det(A) = 5$ , potem pokažite, da je matrika  $B$  obrnljiva.

2. (8 točk) Zapišite primer matrike  $A \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$  in neničelnega vektorja  $\vec{b} \in \mathbb{R}^4$ , za katera ima linearni sistem enačb  $A\vec{x} = \vec{b}$  vsaj dve rešitvi.

3. (8 točk) Naj bo  $Q$  ortogonalna matrika in  $A$  obrnljiva simetrična matrika. Pokažite, da je tudi  $QAQ^T$  obrnljiva simetrična matrika.

4. (8 točk) Ali je množica vseh  $2 \times 2$  simetričnih matrik, katerih produkt lastnih vrednosti je 0, vektorski podprostor v  $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ ?

5. (8 točk) Naj bo  $\tau: \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$  linearna preslikava, ki ji v standardni bazi  $\mathbb{R}^{2 \times 2}$  pripada

matrika  $T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Ali obstaja kakšna matrika  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ , za katero velja  $\tau(A) = -A$ ? Če

da, jo zapišite. Če ne, utemeljite, zakaj ne.

6. (8 točk) Simetrična matrika  $A$  naj ima karakteristični polinom enak  $\Delta_A(x) = x^4 + 2x^3 + x^2$ . Izračunajte  $\text{rang}(A + I)$  (in utemeljite svoj izračun).

7. (8 točk) Katere od naslednjih trditev so resnične za vsako matriko  $A \in \mathbb{R}^{6 \times 8}$  ranga 5?

- |   |   |
|---|---|
| A. $AA^T$ je obrnljiva matrika.             | E. Stolpci matrike $A^T$ tvorijo bazo $\mathbb{R}^8$ .                                |
| B. $A$ ima singularno vrednost 0.           | F. Stolpci matrike $A$ tvorijo bazo $\mathbb{R}^6$ .                                  |
| C. $A$ ima vseh šest vrstic neničelnih.     | G. Ničelni prostor matrike $A$ je trivialen.  |
| D. Vrstice matrike $A$ so linearno odvisne. | H. Za vsak vektor $\vec{b} \in \mathbb{R}^6$ ima sistem $Ax = b$ natanko eno rešitev. |

(Obkrožite vse pravilne odgovore. Če boste obkrožili vse pravilne odgovore, a nobenega napačnega, boste dobili 8 točk. Če boste obkrožili vsaj polovico pravilnih odgovorov, a nobenega napačnega, boste dobili 4 točk. V nasprotnem primeru pa 0 točk. Pri tej nalogi odgovora ni potrebno utemeljevati.)