



Digitalna vezja UL, FRI



Vaja 7 Dvojiška aritmetika

Števila

□ Dvojiški zapis števil (bin):

- Pozicijski zapis števil: vsak bit ima svojo težo glede na pozicijo.
- MSB: most significant bit
- LSB: least significant bit
- Nepredznačena števila (n bitov \Rightarrow števila od 0 do $2^n - 1$)
- Predznačena števila (n bitov \Rightarrow števila od -2^{n-1} do $2^{n-1} - 1$)
- Dvojiški komplement (invertiramo vse bite in prištejemo 1)

□ Šestnajstiški zapis števil (hex)

- Ena številka (nibble) predstavlja 4 bite: 0, 1, ..., 9, A, B, ..., F
- Predpona 0x
- Pretvorba med bin in hex je določena s 4 biti.

□ Operacije:

- Seštevanje: $S = A + B$ (S - vsota; A, B - seštevanca ali operanda)
- Odštevanje: $D = A - B$ (D - razlika; A - zmanjševanec, B - odštevanec)

□ Zastavice:

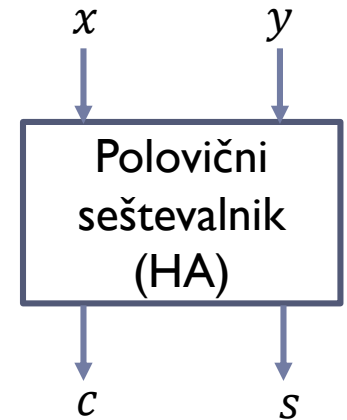
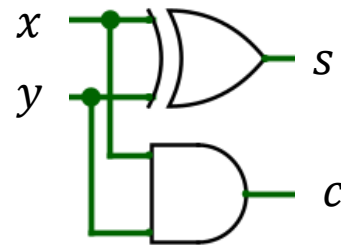
- N (Negativ), Z (Zero), V (Overflow), C (Carry)

Seštevalniki

- Polovični seštevalnik (Half Adder): $s = x \nabla y$,

x	y	c	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

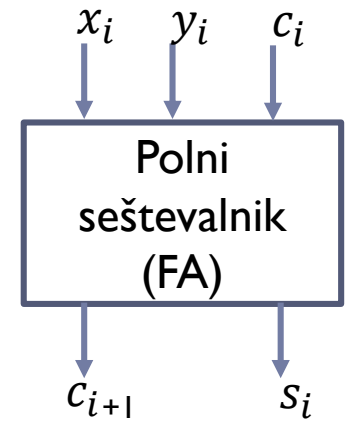
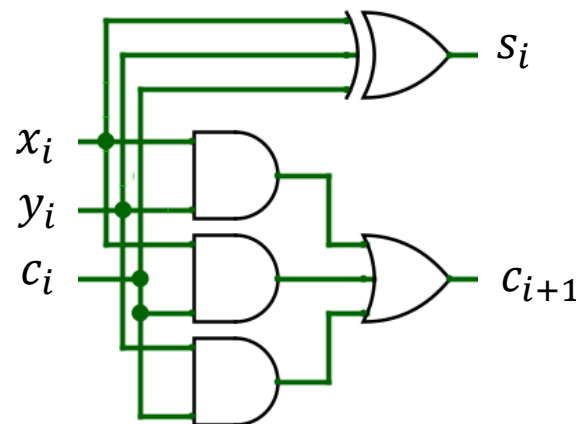
$$c = x \cdot y$$



- Polni seštevalnik (Full Adder): $s_i = x_i \nabla y_i \nabla c_i$

x_i	y_i	c_i	c_{i+1}	s_i
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

$$c_{i+1} = x_i \cdot y_i \vee x_i \cdot c_i \vee y_i \cdot c_i$$

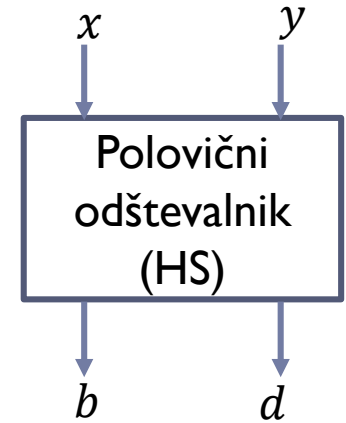
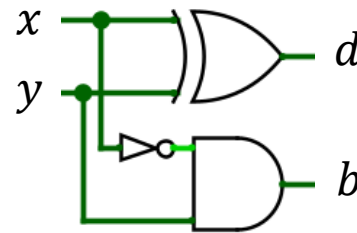


Odštevalniki

- POLOVIČNI odštevalnik (Half Subtractor): $d = x_i \nabla y_i$;

x	y	b	d
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	0	0

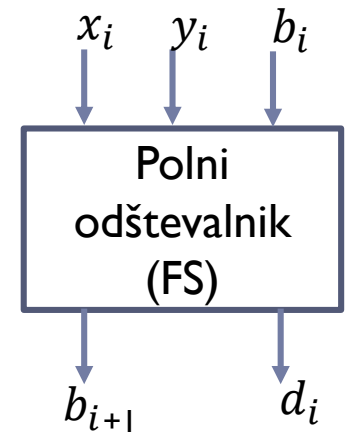
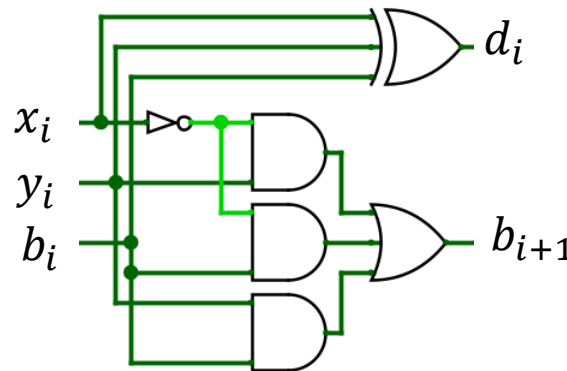
$$b = \bar{x} \cdot y$$



- POLNI odštevalnik (Full Subtractor): $d_i = x_i \nabla y_i \nabla b_i$

x_i	y_i	b_i	b_{i+1}	d_i
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

$$b_{i+1} = \bar{x}_i \cdot y_i \vee \bar{x}_i \cdot b_i \vee y_i \cdot b_i$$



Predznačena števila

- ❑ Številu X dodamo dodaten bit, to je predznak:
 - **Pozitivno število** - vrednost je binarni zapis števila X in predznak 0.
 - **Negativno število** - vrednost je 2'Komplement števila X in predznak 1 (negativna vrednost števila X je $2^n - X$).
- ❑ Zapis števila v dvojiškem komplementu (2'K):
 - X pretvorimo v eniški komplement (1'K): $0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0$
 - prištejemo 1 ($Y = X' + 1$)

Primer: $X = 6 \rightarrow Y = -6$ (pretvorba števila z dodanim predznakom)

1	1	0		6
0	0	1	1'K	
		1	+1	
0	1	0	2'K	-6

0	1	1	0	= + 6
---	---	---	---	-------

Predznak (+) Vrednost

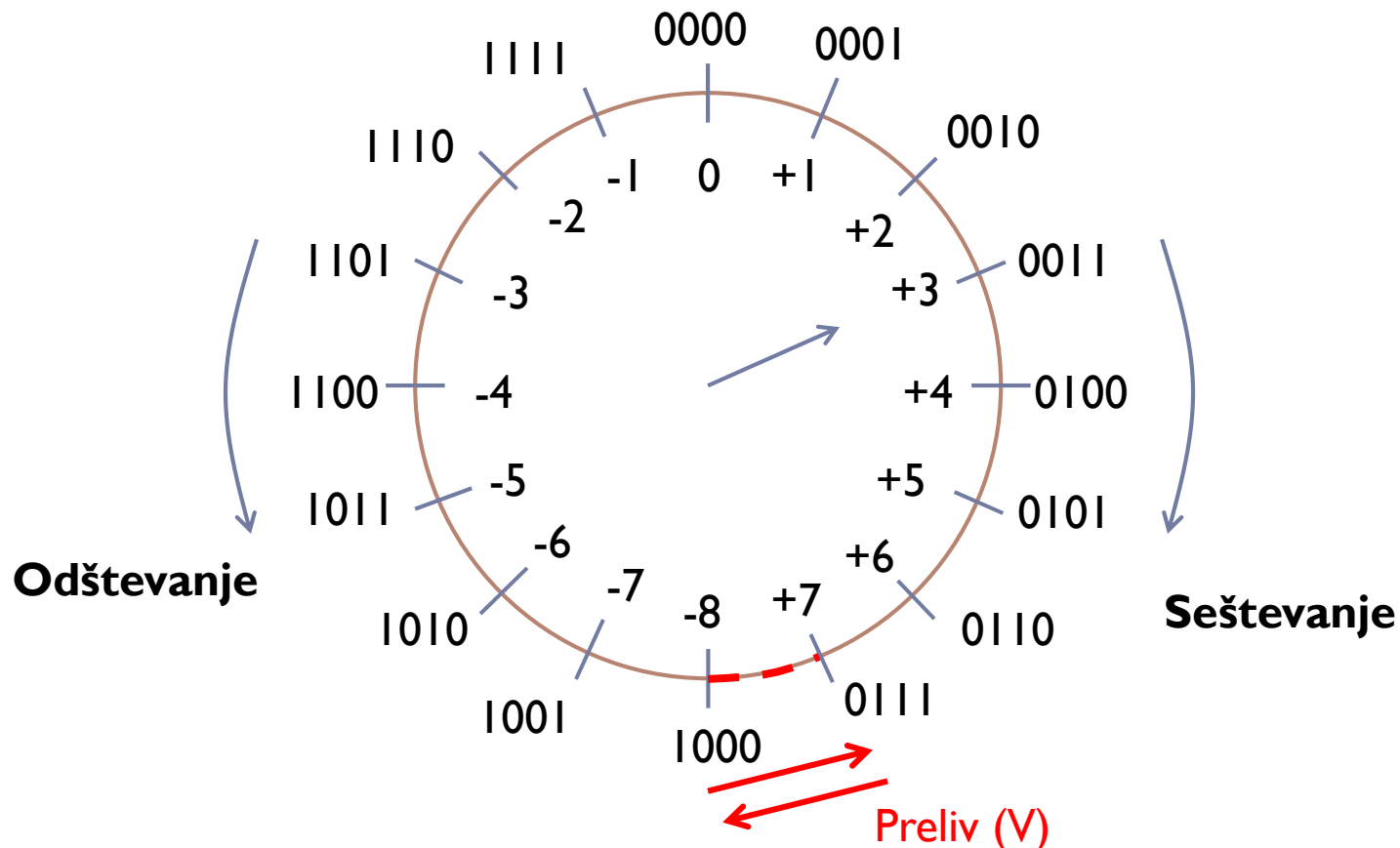
1	0	1	0	= - 6
---	---	---	---	-------

Predznak (-) 2' komplement

- ❑ Zapis števila na 8-bitov – raztegnemo predznak (vodilna 0 ali vodilna 1)

(+6) \rightarrow 0000110 (-6) \rightarrow 11111010

PreliV (V – oVerflow) - rezultata za predznačena števila ni mogoče zapisati v območju predstavitve števil



V = 1, če je vsota dveh števil z enakim predznakom nasprotnega predznaka:
(+, +) → - ali (-, -) → +

Primer: Določanje preliva V pri operaciji seštevanja

- Prenos (C) – se ne upošteva za določanje pravilnosti rezultata
- Preliv (V) je 1, če sta zadnja dva prenosa različna ($c_{n-1} \neq c_{n-2}$)

Primer: $2 + 5 = 7$

$$\begin{array}{r} 0010 \\ + 0101 \\ \hline 0000 \text{ - } c_i \\ 0111 \end{array}$$

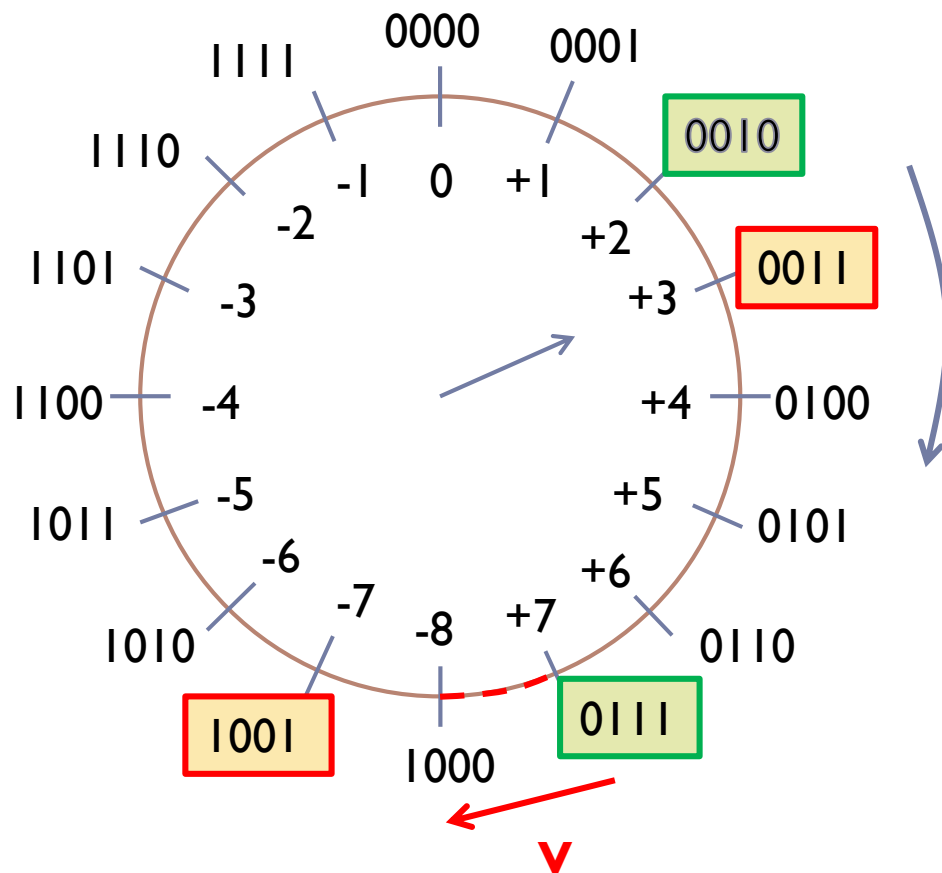
Pravilno

Primer: $3 + 6 = 9$

$$\begin{array}{r} 0011 \\ + 0110 \\ \hline 0110 \text{ - } c_i \\ 1001 \end{array}$$

Napačno

Preliv: $(+,+) \rightarrow (-), V = 1$



Primer: 4-bitni seštevalnik z zastavicami N, Z, V, C

□ Realizirajte 4-bitni plazoviti seštevalnik z uporabo polnih seštevalnikov.

1. V tabeli zapišite dvojiški izračun $S = A + B$ za predznačeni števili $A = +6$, in $B = +4$.
2. Določite izhode in preklopne funkcije za zastavice N, Z, V, C.
3. Vežje realizirajte v Logisimu in polnemu seštevalniku na bitu 0 dodajte vhod C_{in} za zunanji prenos.

Preliv: V (oVerflow)
 $V = 1$, če sta prenosa
 c_4 in c_3 različna:
 $V = c_4 \oplus c_3 = 1$
 (Rezultat je NAPAČEN)

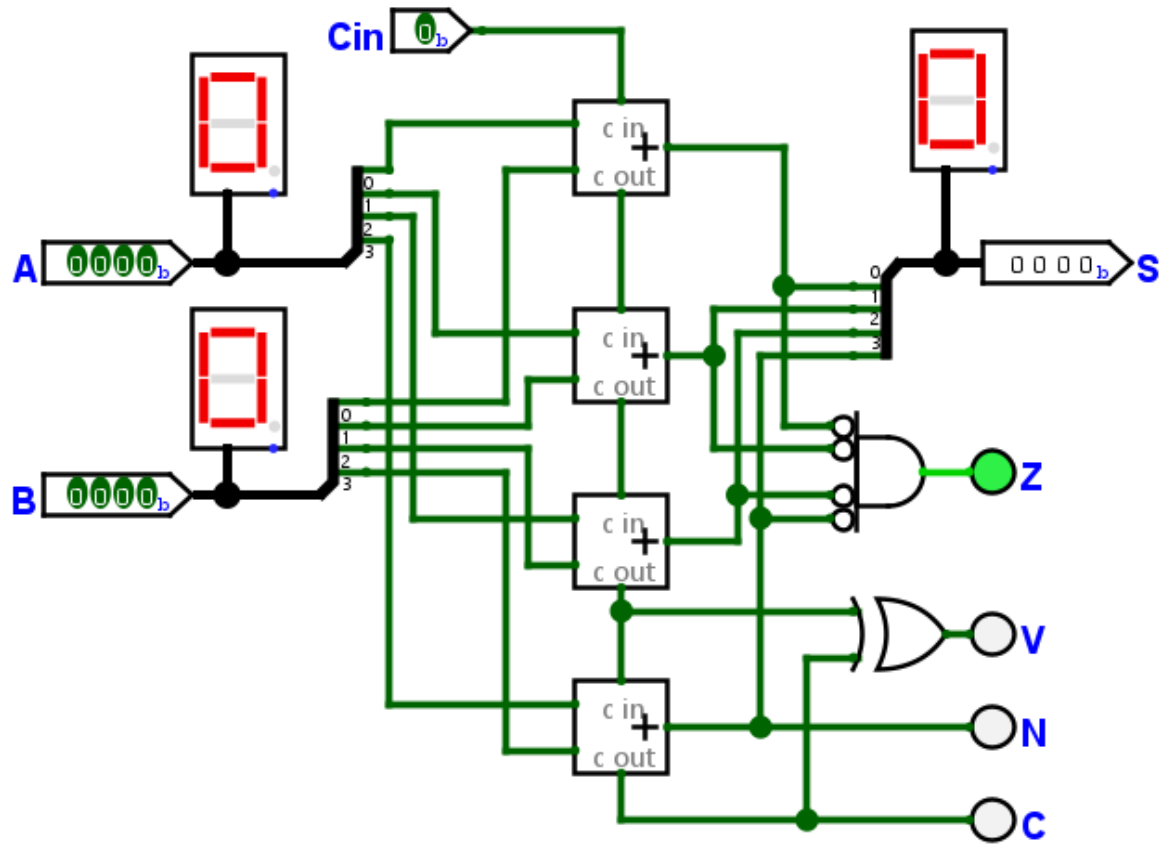
A			0	1	1	0			6_{10}
B			0	1	0	0		+	4_{10}
			c_4	c_3	c_2	c_1	c_0		
	+		0	1	0	0			
S			1	0	1	0			10_{10}

Prenos: C (Carry)
 $C = c_4 = 0$

Predznak: N (Negativ)
 $N = s_3 = 1$, Rezultat je negativen
 (Vsota $6+4=10$, rezultat: $1010 \Rightarrow 0101+1=0110$)

Z (Zero)
 $Z = 1$, če je vsota S enaka 0.
 $Z = \bar{s}_3 \cdot \bar{s}_2 \cdot \bar{s}_1 \cdot \bar{s}_0 = \bar{s}_3 \vee \bar{s}_2 \vee \bar{s}_1 \vee \bar{s}_0$

Shema vezja v Logisimu



Naloge:

Realizirajte vezje za pretvorbo 4-bitnega predznačenega števila (N) v dvojiški komplement $K=2^k(N)$.

Vhodi: $N = (b_3, b_2, b_1, b_0)$

Izhodi: $K = (k_3, k_2, k_1, k_0)$

- Zapišite pravilnostno tabelo.
- Za izhoda k_3 in k_2 določite izvedbo z multiplekserji (MUX 8/1, MUX 4/1), za izhoda k_1, k_0 poiščite MDNO in ju zapišite z logičnimi vrati (AND, OR, NOT, XOR).
- Realizirajte vezje v Logisimu in preverite delovanje.

Digitalno vezje za povečevanje in zmanjševanje števila $B = (b_2, b_1, b_0)$, rezultat se shrani v število $C = (c_2, c_1, c_0)$:

- $A = 0$, povečevanje števila $C = B + 2$ (Inkrementer)
- $A = 1$, zmanjševanje števila $C = B - 2$ (Dekrementer)

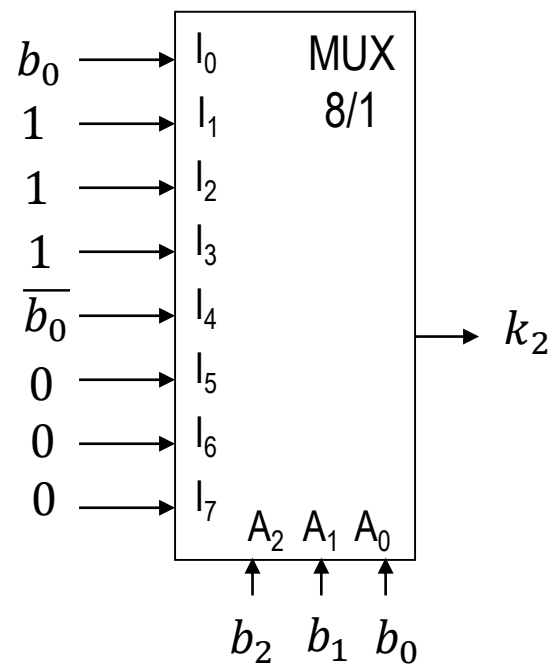
Zapišite pravilnostno tabelo in poiščite najbolj enostavno rešitev tako, da uporabite en MUX 4/1 in en negator.

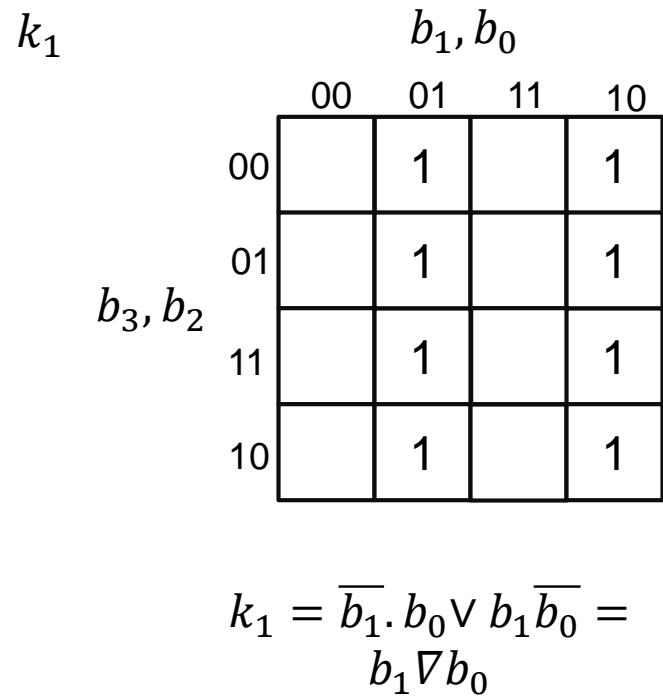
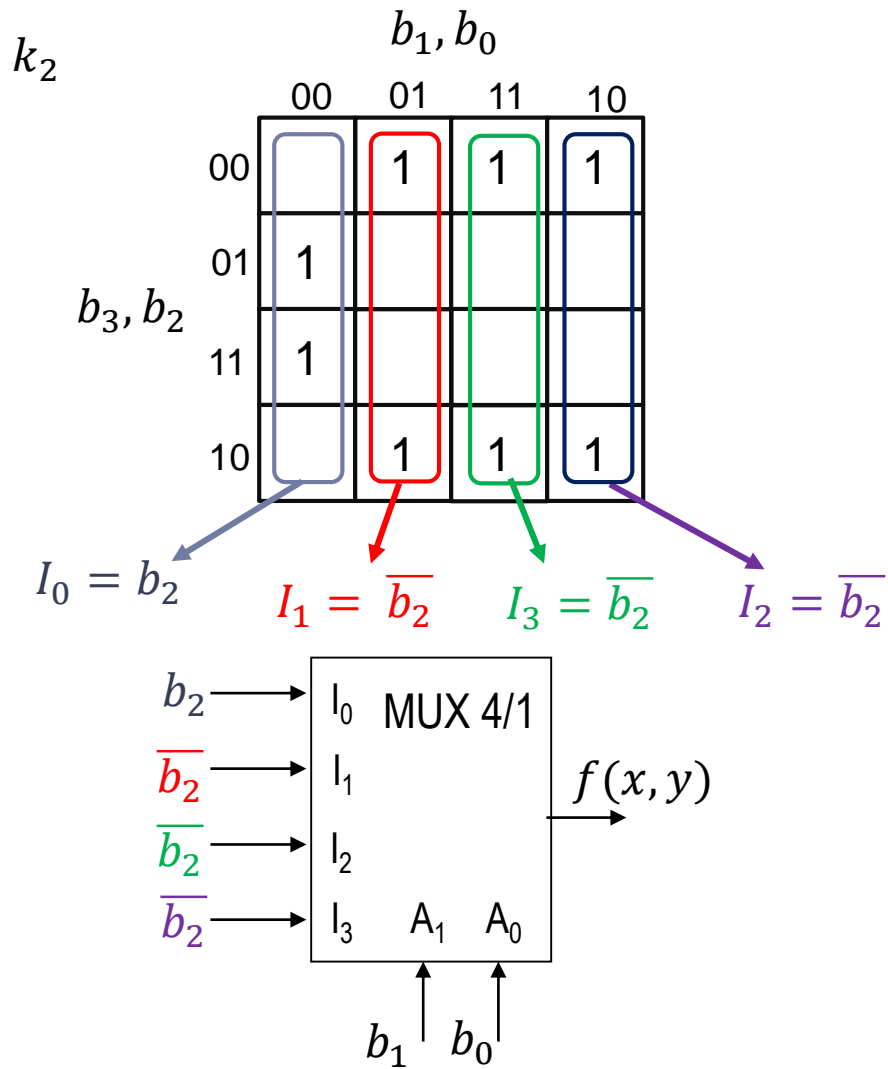


N1 Rešitev

b_3	b_2	b_1	b_0	k_3	k_2	k_1	k_0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	0	0	0	1

$$k_0 = b_0$$





N2 Rešitev

Rešitev za MUX 4/1

A	b ₂	b ₁	b ₀	c ₂	c ₁	c ₀
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	0	1	0
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0	1

Izhod $c_1 = \overline{b_1}$

Izhod $c_0 = b_0$

Izhod c_2

Ločenje po spremenljivkah A, b₂

A ₁	A ₀		
A	b ₂	y	c ₂
0	0	I ₀	b ₁
0	1	I ₁	$\overline{b_1}$
1	0	I ₂	$\overline{b_1}$
1	1	I ₃	b ₁

