

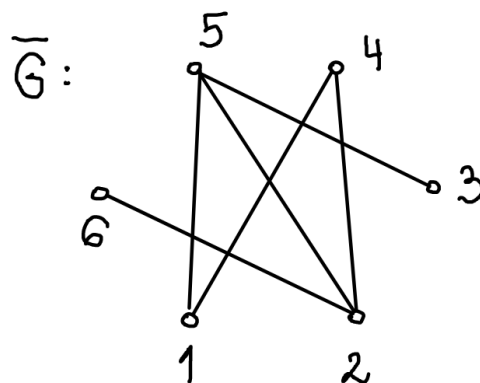
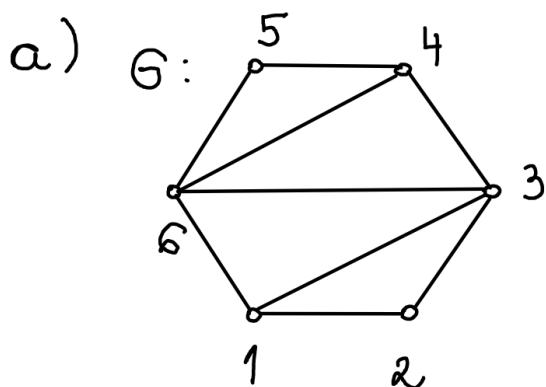
Vaje DS VSP, 27.12.2022

1. Definiran je graf $G = (V, E)$:

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$E = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}, \{1, 6\}, \{1, 3\}, \{3, 6\}, \{4, 6\}\}$$

- Nariši grafa G in \bar{G} .
- Določi zaporedje stopenj vozlišč grafov G in \bar{G} ter najmanjšo ter največjo stopnjo vozlišč grafov G in \bar{G} .
- Koliko ciklov dolžine 3 in 4 vsebujeta grafa G in \bar{G} ?
- Ali je kateri izmed grafov G, \bar{G} povezan?
- Ali je kateri izmed grafov G, \bar{G} dvodelen?
- Ali je kateri izmed grafov G, \bar{G} Eulerjev?
- Določi dolžino najkrajše poti med vozliščema 3 in 6 v G in \bar{G} .



\bar{G} ... komplement grafa G

$$V(\bar{G}) = V(G)$$

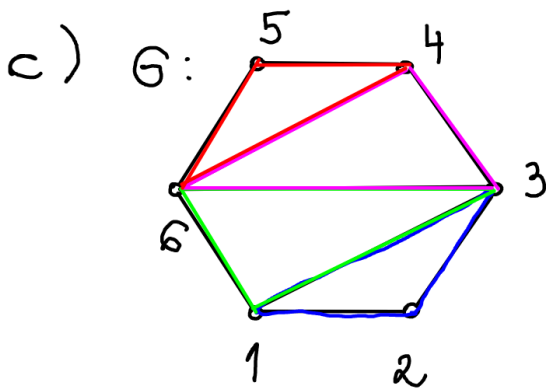
$$uv \in E(\bar{G}) \Leftrightarrow uv \notin E(G)$$

b) zaporedje stopenj v G : 3, 2, 4, 3, 2, 4

$$\delta(G) = 2, \quad \Delta(G) = 4$$

zaporedje stopenj v \bar{G} : 2, 3, 1, 2, 3, 1

$$\delta(\bar{G}) = 1, \quad \Delta(\bar{G}) = 3$$

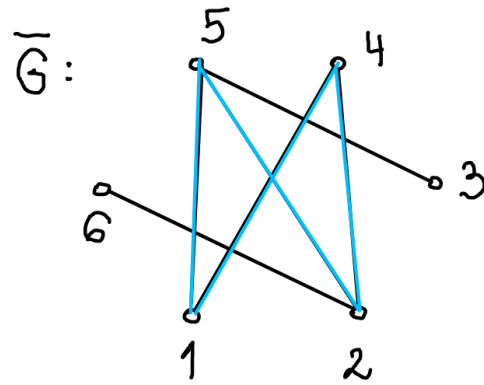


cikli dolžine 3:

123, 136, 346, 456

cikli dolžine 4:

1236, 1346, 3456

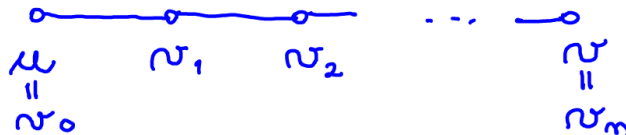


cikli dolžine 3: //

cikli dolžine 4:

1425

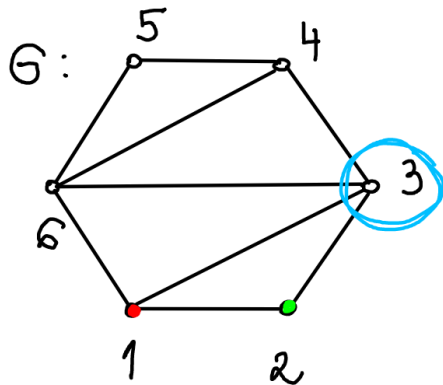
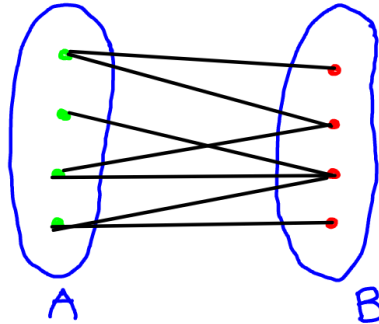
d) Graf je povezan, če med poljubnima dvema vozliščema u in v obstaja sprehod z začetkom u in koncem v .



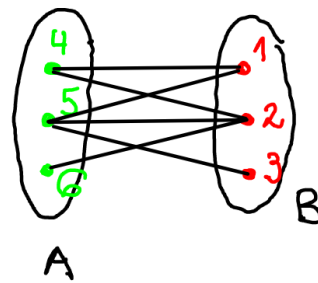
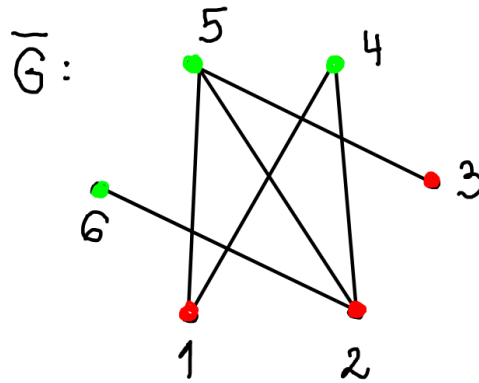
Graf G je povezan.

Graf \bar{G} je povezan.

e) Graf je dvodelen, če lahko njegova vozlišča pobarvamo z 2 barvama, tako da ima vsaka povezava krajišči različnih barv.



G ni dvodelen



\bar{G} je dvodelen

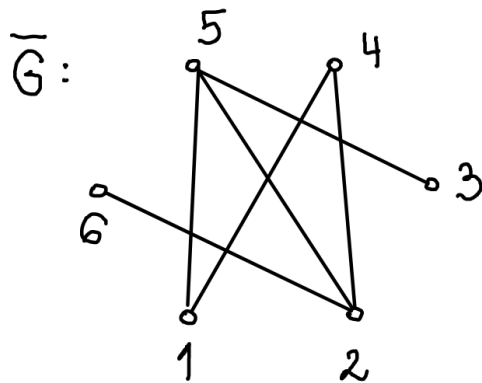
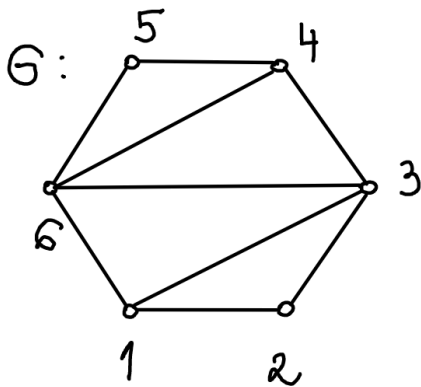
Graf je dvodelen \Leftrightarrow ko ne vsebuje lihih ciklov.

8) Graf je Eulerjev, če vsebuje Eulerjev obhod.

Obhod... sprehod, v katerem sta začetna in končna točka enaki

Eulerjev obhod... obhod preko vseh povezav grafa, pri čemer se čez vsako povezavo v grafu sprehodimo natanko enkrat

IZREK: Graf je Eulerjev \Leftrightarrow ko je povezan in so vsa njegova vozlišča sodih stopenj.



G ni Eulerjev, saj vsebuje vozlišča lihih stopenj ($\deg_G(4) = 3$)

\bar{G} ni Eulerjev, saj vsebuje vozlišča lihih stopenj ($\deg_{\bar{G}}(6) = 1$)

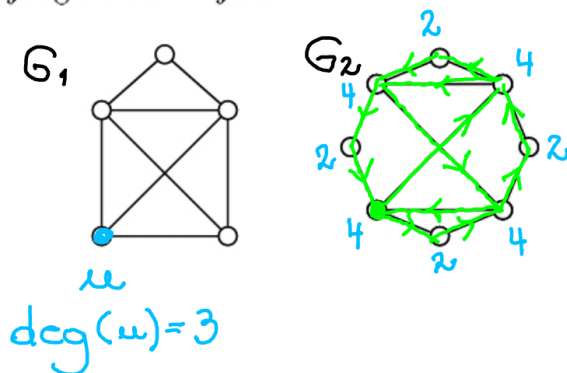
g) Iščemo dolžino najkrajše poti med 3 in 6 v G in \bar{G} .

razdalja med vozliščema u in v v $G =$
 dolžina najkrajše poti med u in v v G
 $\text{dist}_G(u, v)$

$$\text{dist}_G(3, 6) = 1$$

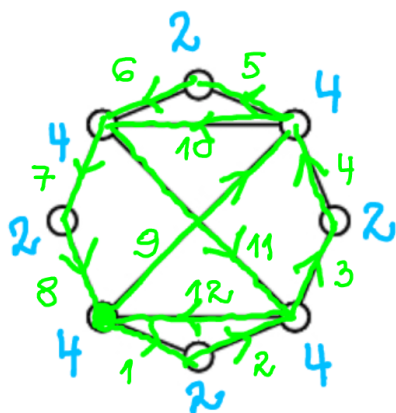
$$\text{dist}_{\bar{G}}(3, 6) = 3$$

2. Je kateri od spodnjih grafov Eulerjev?



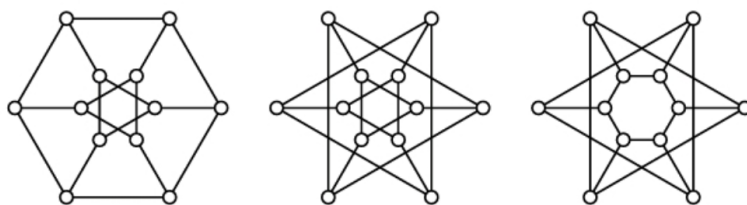
G_1 ni Eulerjev, saj vsebuje vozlišče u lihe stopnje ($\text{deg}(u) = 3$).

G_2 je Eulerjev, saj je povezan in so vsa njegova vozlišča sodih stopenj.

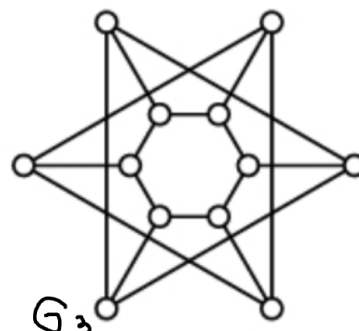
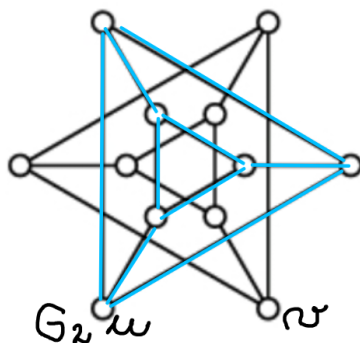
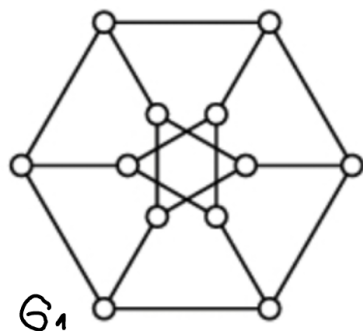


Eulerjev obhod

3. (a) Kateri od spodnjih grafov so povezani?
 (b) Ali je kateri od spodnjih grafov Hamiltonov? Utemelji!
 (d) Za vsak par grafov ugotovi, ali sta izomorfna ali ne.



a)



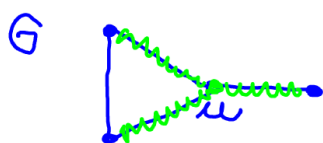
G_1 je povezan

G_2 ni povezan,
saj ne obstaja
sprehod med
 u in v

G_3 je
povezan

b) Graf je **Hamiltonov**, če vsebuje Hamiltonov cikel (cikel, ki gre skozi vsako vozlišče grafa natanko enkrat).

IZREK: G povezan graf. Če obstaja $S \subseteq V(G)$ moči $|S|=k$, za katero velja, da ima graf $G-S$ vsaj $k+1$ povezanih komponent, potem G ni Hamiltonov.

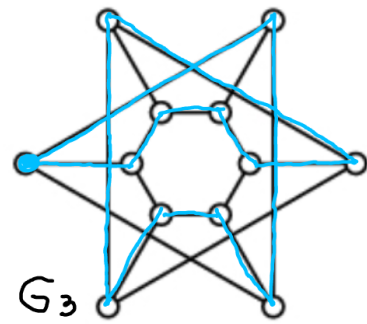
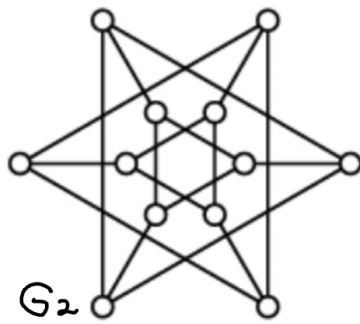
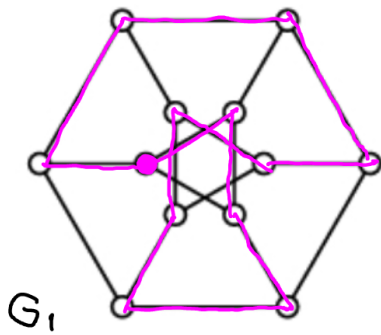


$$S = \{u\}$$

$$|S| = 1$$

2 povezani
komponenti

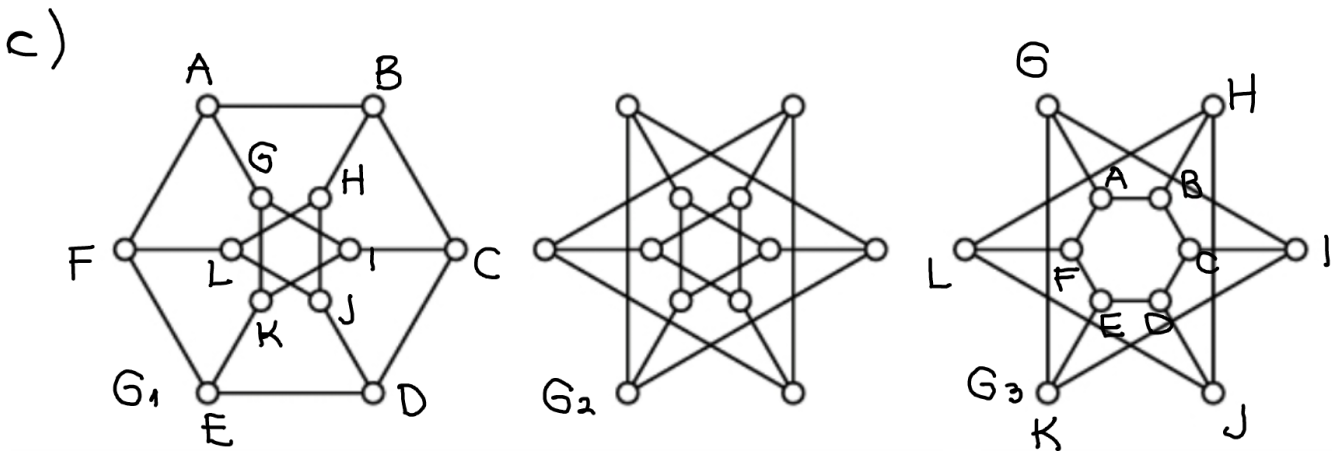
G ni Hamiltonov



G_2 ni Hamiltonov, saj ni povezan.

G_1 je Hamiltonov, saj vsebuje Hamiltonov cikel (na sliki).

G_3 je Hamiltonov, saj vsebuje Hamiltonov cikel (na sliki).



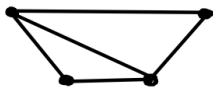
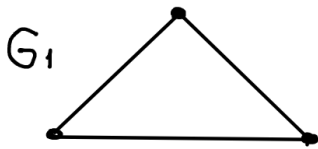
$G_2 \neq G_1$
 $G_2 \neq G_3$, saj G_2 ni povezan, G_1 in G_3
 pa sta povezana

$G_1 \cong G_3$, saj smo našli izomorfizem
 med njima (na sliki)

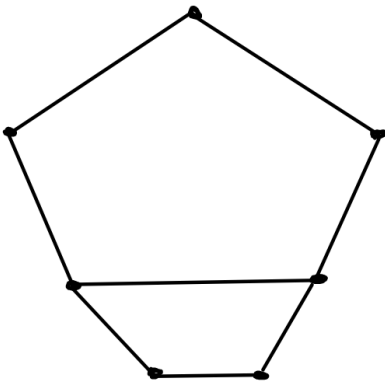
5. Naj bo \mathcal{G} družina grafov na sedmih vozliščih, ki imajo 2 vozlišči stopnje 3 in ostale stopnje 2.

- (a) Poišči nepovezan graf v množici \mathcal{G} .
- (b) Poišči povezan graf v \mathcal{G} , ki ima Hamiltonov cikel in povezan graf, ki nima Hamiltonovega cikla.
- (c) Poišči dva neizomorfna grafa v \mathcal{G} , ki nimata Hamiltonovih ciklov.

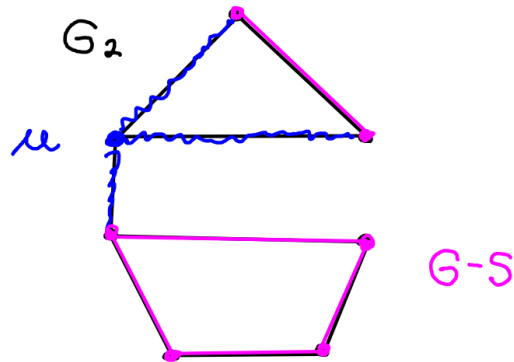
a)



b) graf, ki ima Hamiltonov cikel



graf, ki nima Hamiltonovega cikla



$$S = \{u\} \quad |S| = 1$$

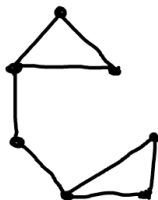
$G-S$ vsebuje 2 povezani komponenti

\downarrow
 $|S|$

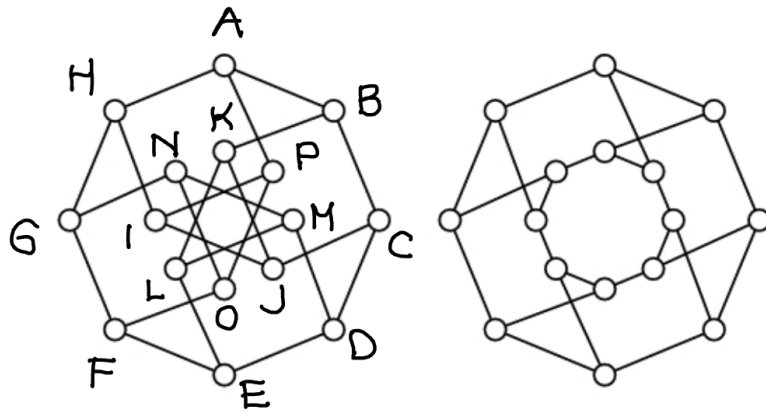
\downarrow IZREK

graf ni Hamiltonov

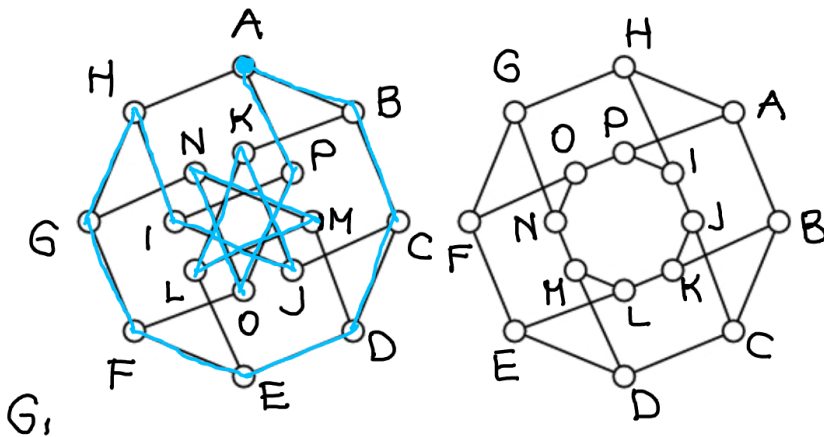
c) G_1 in G_2 nista Hamiltonova in nista izomorfna (G_1 ni povezan, G_2 pa)



4. (a) Za vsakega od grafov na sliki ugotovi, če je Hamiltonov.
 (b) Za vsakega od grafov na sliki ugotovi, če je dvodelen.
 (c) Ali sta grafa izomorfna?



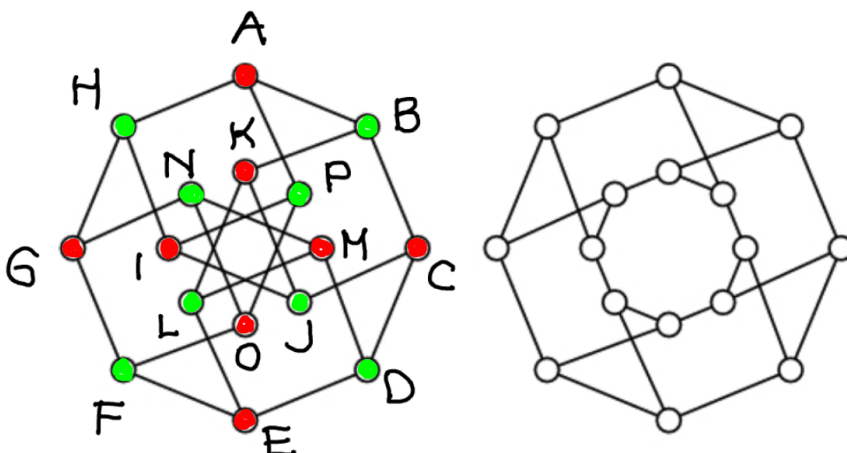
a)



G_1 je Hamiltonov, saj smo našli Hamiltonov cikel

c) $G_1 \cong G_2$
(izomorfizem na sliki)

b)



G_1 je dvodelen

G_2 je dvodelen, saj $G_1 \cong G_2$