



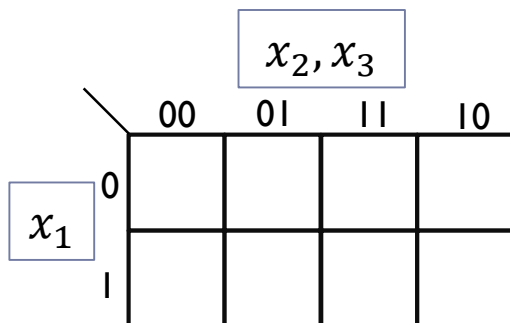
Digitalna vezja UL, FRI



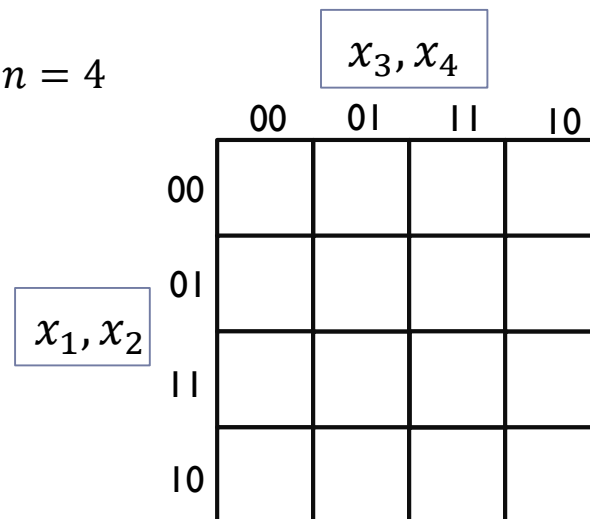
Vaja 4 Karnaughjev diagram, Minimizacija

Karnaughjevi diagrami (K-map)

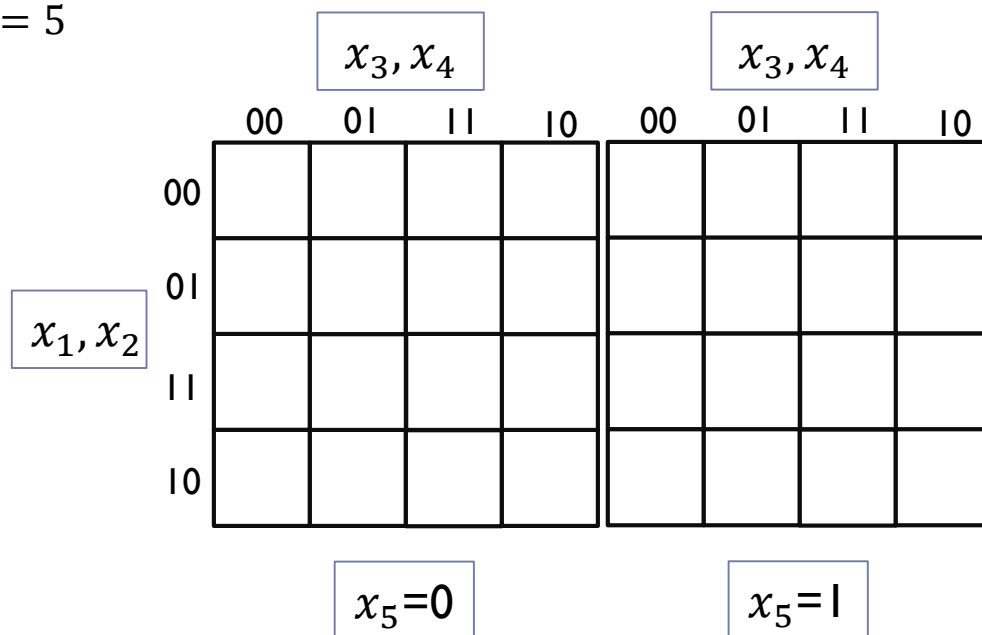
$n = 3$



$n = 4$



$n = 5$



Sosednost se nanaša na sosednost med polji.



Grayeva koda (zapis iz binarne kode)

- ❑ Vsaka naslednja koda se od prejšnje razlikuje samo na enem mestu za eno negacijo.
- ❑ Določanje Grayeve kode iz dvojiške kode.

n=1 (1-bitna Grayeva koda)

$$g_0 = b_0$$

b_0	g_0
0	0
1	1

n=2 (2-bitna Grayeva koda)

a)
 $g_1 = b_1$

	b_1	b_0	g_1	g_0
0	0	0	0	
1	0	1	0	
2	1	0	1	
3	1	1	1	

b)
zgornja polovica za g_0 je
enaka g_0 za $n = 1$

	b_1	b_0	g_1	g_0
0	0	0	0	0
1	0	1	0	1
2	1	0	1	
3	1	1	1	

c)
spodnja polovica za g_0 je
navzdol prepognjena g_0

	b_1	b_0	g_1	g_0
0	0	0	0	0
1	0	1	0	1
2	1	0	1	1
3	1	1	1	0

n=3 (3-bitna Grayeva koda)

g_1	g_0
0	0
0	1
1	1
1	0

a) $g_2 = b_2$

	b_2	b_1	b_0	g_2	g_1	g_0
0	0	0	0	0		
1	0	0	1	0		
2	0	1	0	0		
3	0	1	1	0		
4	1	0	0	1		
5	1	0	1	1		
6	1	1	0	1		
7	1	1	1	1		

b) zgornja polovica za $g_1 g_0$ je enaka $g_1 g_0$ za $n = 2$

	b_2	b_1	b_0	g_2	g_1	g_0
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1
2	0	1	0	0	1	1
3	0	1	1	0	1	0
4	1	0	0	1		
5	1	0	1	1		
6	1	1	0	1		
7	1	1	1	1		

c) spodnja polovica sta navzdol prepognjeni $g_1 g_0$

	b_2	b_1	b_0	g_2	g_1	g_0
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1
2	0	1	0	0	1	1
3	0	1	1	0	1	0
4	1	0	0	1	1	0
5	1	0	1	1	1	1
6	1	1	0	1	0	1
7	1	1	1	1	0	0

Minimizacija preklonih funkcij

- ❑ **Zapis MDNO (minimalna disjunktivna normalna oblika).** Postopek vključuje:
 1. Vpis preklone funkcije v Karnaughjev diagram.
 2. Združevanje funkcijskih vrednosti 1 po pravilu sosednosti v krajše konjunkcije (glavni vsebovalniki) tako, da je vsaka enica upoštevana vsaj enkrat, lahko je tudi večkrat.
 3. Iščemo najmanjši nabor pokritij, da dobimo potrebne glavne vsebovalnike.
 4. MDNO je disjunktivna povezava potrebnih glavnih vsebovalnikov.

 - ❑ **Zapis MKNO (minimalna konjunktivno normalna oblika).** Postopek vključuje:
 1. Preklono funkcijo negiramo in vpišemo v Karnaughjev diagram.
 2. Določimo MDNO negirane funkcije.
 3. MDNO negirane funkcije še enkrat negiramo, uporabimo DeMorganovo pravilo in dobimo MKNO izhodiščne funkcije.

 - ❑ **Zapis MNO (minimalna normalna oblika).** Postopek vključuje:
 1. Določimo MDNO in MKNO.
 2. Določimo kompleksnost MDNO in MKNO (število operatorjev, število vhodov).
 3. MNO je tista, ki ima manjše število operatorjev, če je število operatorjev enako, je MNO tista, ki ima manjše število vhodov.
-



Primer 1: Minimizacija (MDNO, MKNO, MNO)

i	x_1	x_2	x_3	f_A
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

		x_2, x_3			
		00	01	11	10
x_1	0	1		1	1
	1	1	1		1

$$f_A = \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 \vee x_1 \cdot \bar{x}_2$$

		x_2, x_3			
		00	01	11	10
x_1	0		1		
	1			1	

$$\bar{f}_A = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

$$\bar{\bar{f}}_A = \overline{\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot x_3} =$$

$$f_A = (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) \cdot (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)$$

$$\text{MDNO: } f_A = \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 \vee x_1 \cdot \bar{x}_2 \quad (3, 7)$$

$$\text{MKNO: } f_A = (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) \cdot (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \quad (3, 8)$$

MNO = MDNO

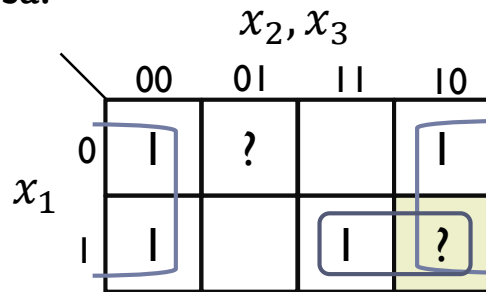
Primer 2: Minimizacija nepopolne preklopne funkcije

- ❑ Določeni vhodni vektorji nimajo podane funkcijske vrednosti.

(Don't care: ? ali X)

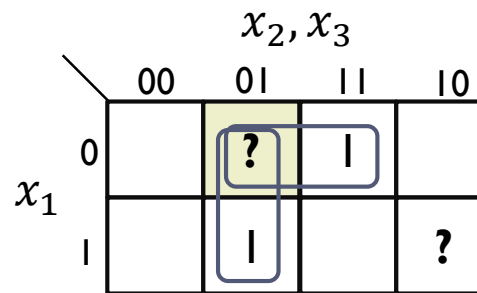
- ❑ Glavne vsebovalnike določimo tako, da nedoločene funkcijske vrednosti lahko pokrijemo tako, da jih postavimo na 1 ali pa jih postavimo na 0.
- ❑ Določimo čim krajšo obliko zapisa.

i	x_1	x_2	x_3	f_B
0	0	0	0	1
1	0	0	1	?
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	?
7	1	1	1	1



$$f_B = \overline{x_3} \vee x_1 \cdot x_2$$

MDNO: (2, 4)



$$\overline{f_B} = \overline{x_1} \cdot x_3 \vee \overline{x_2} \cdot x_3$$

$$\overline{\overline{f_B}} = \overline{\overline{x_1} \cdot x_3 \vee \overline{x_2} \cdot x_3} = f_B = (x_1 \vee \overline{x_2}) \cdot (x_2 \vee \overline{x_3})$$

MKNO: (3, 6)

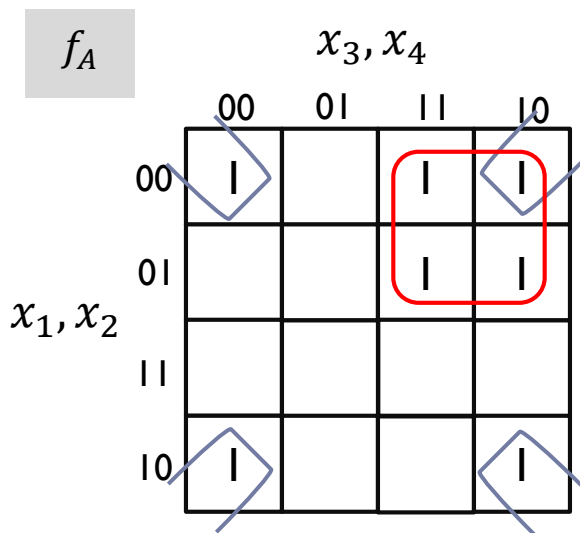
MNO = MDNO

Primer 3: MDNO preklopnih funkcij ($n = 4$)

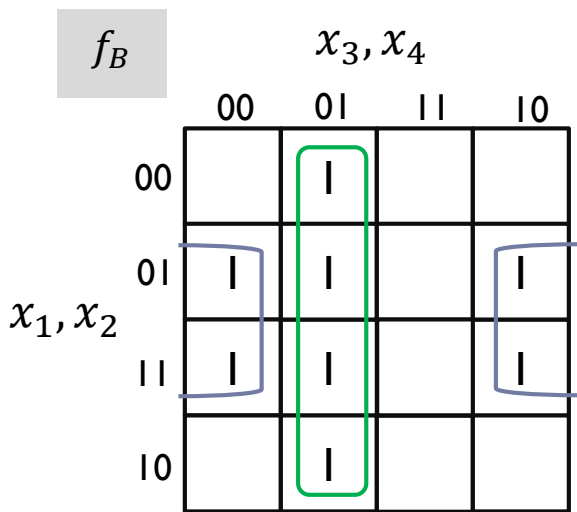
□ V Karnaughjevem diagramu sta podani logični funkciji:

- $f_A(x_1, x_2, x_3, x_4) = \vee^4 (0, 2, 3, 6, 7, 8, 10)$
- $f_B(x_1, x_2, x_3, x4) = \vee^4 (1, 4, 5, 6, 9, 12, 13, 14)$

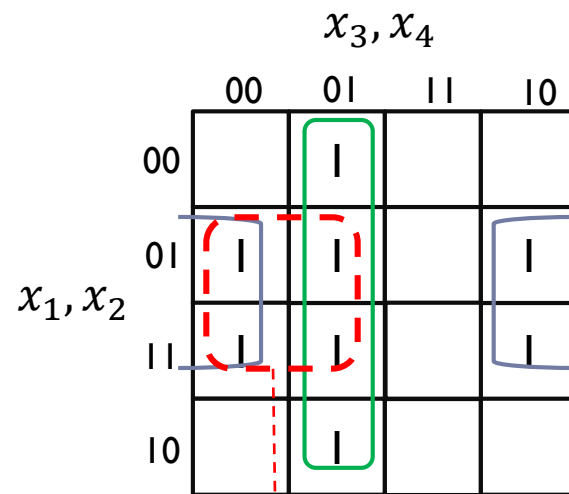
□ Zapišite MDNO.



$$f_A = \overline{x_2} \cdot \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \cdot x_3$$



$$f_B = \overline{x_3} \cdot x_4 \vee x_2 \cdot \overline{x_4}$$



Za funkcijo f_B obstaja glavni vsebovalnik $x_2 \cdot \overline{x_3}$, ki ni potreben, ker so vse funkcijske vrednosti 1 že upoštevane v drugih dveh.

Naloga: Primerjalnik

□ Podane so zahteve za izvedbo dvo-bitnega primerjalnika števil, če so podani:

▪ Vhodi: $X = (x_1, x_0)$, $Y = (y_1, y_0)$

▪ Izhodi:

$p_1 = 0, p_0 = 0$, če je $X = Y$

$p_1 = 0, p_0 = 1$, če je $X < Y$

$p_1 = 1, p_0 = 0$, če je $X > Y$

□ Naloge:

1. Funkciji p_1 in p_0 zapišite v pravilnostno tabelo.
2. Funkciji p_1 in p_0 zapišite v PDNO in v PKNO v skrajšani obliki
3. Zapišite MDNO in MKNO za funkciji p_1 in p_0
4. Določite MNO (minimalna normalna oblika)
5. Realizirajte primerjalnik v logisimu



i	x_1	x_0	y_1	y_0	p_1	p_0
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	1
2	0	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	0	1
4	0	1	0	0	1	0
5	0	1	0	1	0	0
6	0	1	1	0	0	1
7	0	1	1	1	0	1
8	1	0	0	0	1	0
9	1	0	0	1	1	0
10	1	0	1	0	0	0
11	1	0	1	1	0	1
12	1	1	0	0	1	0
13	1	1	0	1	1	0
14	1	1	1	0	1	0
15	1	1	1	1	0	0

PDNO:

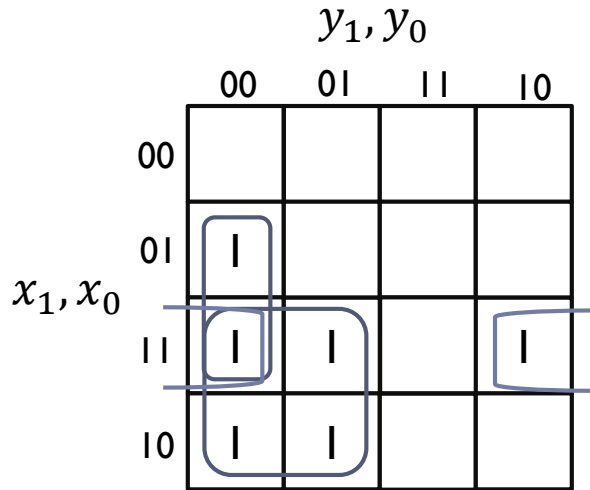
$$p_1(x_1, x_0, y_1, x_0) = v^4 (4, 8, 9, 12, 13, 14)$$

$$p_0(x_1, x_0, y_1, x_0) = v^4 (1, 2, 3, 6, 7, 11)$$

PKNO:

$$p_1(x_1, x_0, y_1, x_0) = \&^4(15, 14, 13, 12, 10, 9, 8, 5, 4, 0)$$

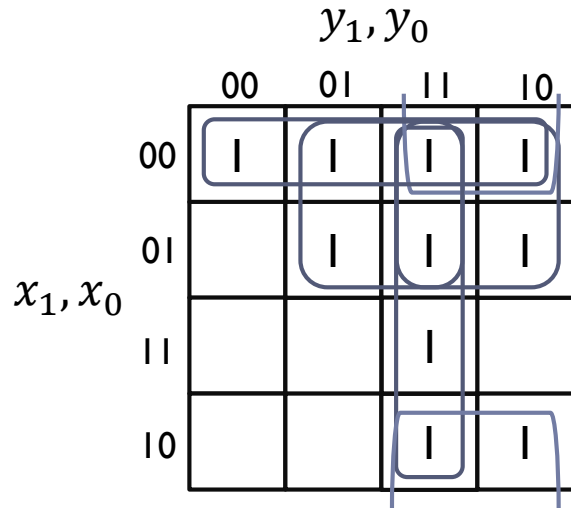
$$p_0(x_1, x_0, y_1, x_0) = \&^4(15, 11, 10, 7, 6, 5, 3, 2, 1, 0)$$



MDNO:

$$p_1 = x_1 \cdot \overline{y_1} \vee x_1 \cdot x_0 \cdot \overline{y_0} \vee x_0 \cdot \overline{y_1} \cdot \overline{y_0}$$

(4, 11)



MKNO:

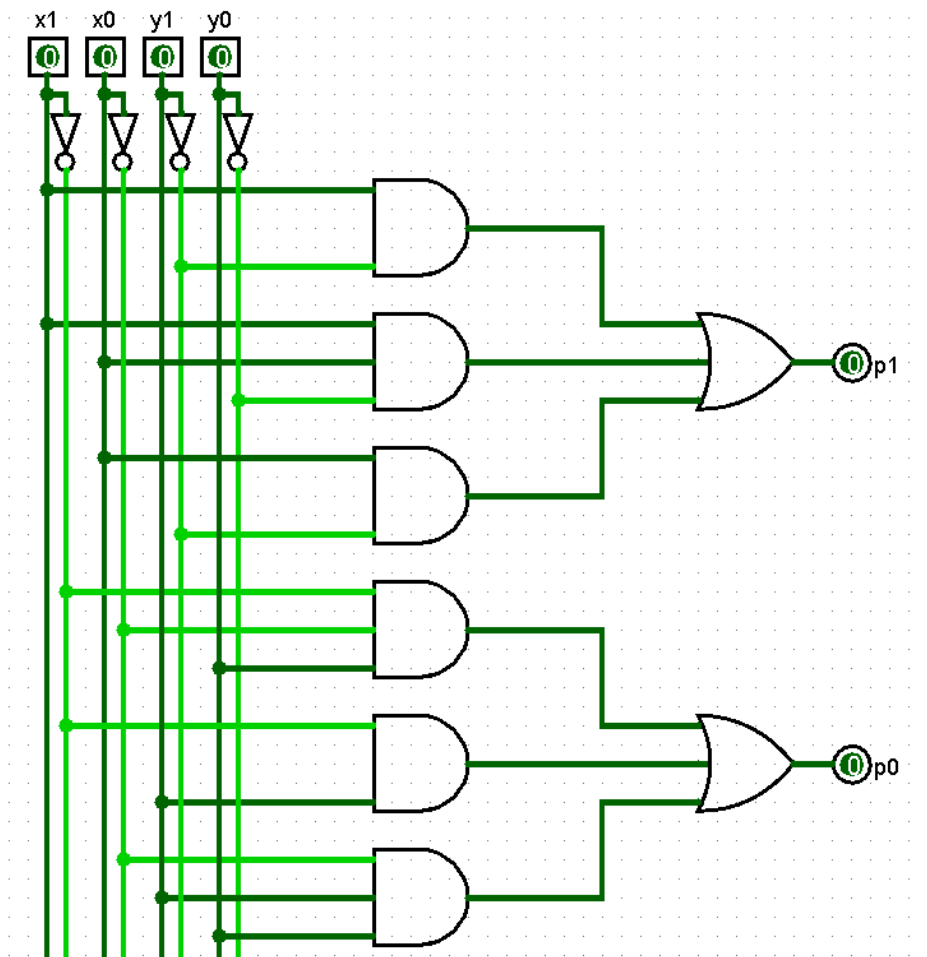
$$\overline{p_1} = \overline{x_1} \cdot \overline{x_0} \vee \overline{x_1} \cdot y_0 \vee \overline{x_1} \cdot y_1 \vee y_1 \cdot y_0 \vee x_0 \cdot y_1$$

$$p_1 = (x_1 \vee x_0) \cdot (x_1 \vee \overline{y_0}) \cdot (x_1 \vee \overline{y_1}) \cdot (\overline{y_1} \vee \overline{y_0}) \cdot (x_0 \vee \overline{y_1})$$

(6, 15)

MNO = MDNO

Logisim vezje za p_1 in p_0 : MDNO



Dodatna naloga

Načrtajte in realizirajte logično vezje za določanje napetostnega nivoja 12-V pomnilniške baterije na vesoljski postaji.

Opis:

Analogno-digitalni pretvornik spremlja na svojem vhodu enosmerno napetost baterije. Izhod pretvornika je 4-bitno binarno število (ABCD), ki ustreza napetosti s korakom 1 V, pri tem pa je izhod A najbolj pomemben bit. Binarni izhodi pretvornika so pripeljani na logično vezje, ki naj ima izhod N enak 1 (HIGH), dokler je napetost akumulatorja večja od 6 V, sicer pa naj postavi izhod N na 0 (LOW).

Rešitev naj vključuje:

1. Blok shemo predlagane rešitve
2. Pravilnostno tabelo
3. Zapis PDNO v skrajšani obliki
4. MDNO
5. Realizacijo vezja v logisimu

