

DIGITALNA OBDELAVA SIGNALOV

(program MM, letnik 2, semester 2)

Pri predmetu obravnavamo osnove digitalnih signalov in njihove obdelave. Vsebina je razdeljena na dva dela, in sicer:

- Osnovni digitalni oziroma diskretni signali
 - Diskreten signal kot nabor vrednosti oziroma n -dimenzionalen vektor
 - Diskreten signal kot superpozicija frekvenčnih komponent
 - Vzorčenje oziroma prehod iz zveznega v diskreten prostor
 - Frekvenčna analiza periodičnih diskretnih signalov
 - Frekvenčna analiza aperiodičnih diskretnih signalov
- Načrtovanje sistemov za obdelavo diskretnih signalov
 - Sistemi s končnim odzivom
 - Sistemi z neskončnim odzivom
 - Filtriranje oziroma dušenje posameznih frekvenčnih komponent v signalu
 - Ojačanje posameznih frekvenčnih komponent v signalu
 - Aplikacije na zvočnih signalih in slikah

S sprehodom skozi navedene teoretične tematike podamo načine reševanja različnih praktičnih problemov - na primer, kako frekvenčno opredeliti govor ali zvok inštrumenta; kako v izbranem zvočnem posnetku eliminirati šum; kako v izbranem zvočnem posnetku poudariti nizke tone; kako iz video posnetka obraza meriti frekvenco srčnega utripa.

Da bi delu uspešno pristopili, predmet DOS zahteva določeno matematično predznanje, predvsem s področja osnovnih trigonometričnih funkcij, vektorskih in matričnih izračunov ter kompleksnega prostora. Predizpita v nadaljevanju je tihi predpogoj za pristop k predmetu – predizpita ne bomo nikoli zares izvedli, poudarjamo pa, da je razumevanje zaobjete vsebine pogoj za razumevanje na novo obravnavanih tematik.

Matematične osnove – Predizpit

1) Trigonometrične funkcije in njihova analiza

a) Izračunaj:

$$10 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) =$$

$$10 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) =$$

$$10 \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) =$$

$$10 \sin(\pi) =$$

$$10 \sin(-\pi) =$$

$$10 \cos(\pi) =$$

$$10 \cos(0) =$$

b) Zapiši izraze za naslednje funkcije:

$$\cos(x) + \cos(y) =$$

$$\cos(x + y) =$$

$$\sin(2x) =$$

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right) =$$

$$\cos(x) \cos(y) =$$

$$\sin(x) \sin(y) =$$

c) Reši:

$$\int_0^{2\pi} \sin(x) dx =$$

$$\int_0^{2\pi} \sin^2(x) dx =$$

$$\int_0^{2\pi} (1 + \sin(x)) dx =$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(ax) \sin(bx) dx =$$

d) Reši:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(Mx)}{\sin(x)} =$$

2) Vektorji in matrike

a) Izračunaj skalarne produkte med naslednjimi pari vektorjev:

$$[10 \ 5] \text{ in } [2 \ 3]$$

$$[1 \ 1] \text{ in } [-1 \ -1]$$

$$[1 \ 1] \text{ in } [1 \ 1]$$

$$[a_1 \ a_2] \text{ in } [2a_1 \ 2a_2]$$

$$[a_1 \ a_2 \ a_3] \text{ in } [b_1 \ b_2 \ b_3]$$

$$[a_1 \ 0 \ a_3] \text{ in } [0 \ b_2 \ 0]$$

$$[2 \ -3 \ 5 \ 2] \text{ in } [10 \ 5 \ 1 \ -5].$$

b) Zmnoži:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

3) Kompleksna števila

a) Naslednja kompleksna števila zapiši v polarni obliki:

$$1+i =$$

$$1-i =$$

$$2+2i =$$

$$-2-2i =$$

$$i =$$

$$-1 =$$

b) Izračunaj naslednje produkte in ulomke kompleksnih števil:

$$10(2+2i) =$$

$$i(2+2i) =$$

$$(1+i)(1-i) =$$

$$2e^{i\frac{\pi}{4}} 4e^{i\frac{\pi}{8}} =$$

$$\frac{2e^{i\frac{\pi}{4}}}{4e^{i\frac{\pi}{8}}} =$$

$$\frac{(1+i)}{(1-i)} =$$

c) Izračunaj naslednje potence kompleksnih števil, rešitve vpiši v kompleksno ravnino:

$$i^5 =$$

$$(1-i)^2 =$$

$$(1-i)^3 =$$

$$(1-i)^4 =$$

$$(1-i)^{-2} =$$

$$(1-i)^{-3} =$$

$$(1-i)^{-4} =$$

d) Določi konjugirano kompleksne vrednosti:

$$(2-2i)^* =$$

$$i^* =$$

$$1^* =$$

$$(10e^i)^* =$$

$$(-5e^{\frac{\pi}{3}})^* =$$

e) Zapiši izraza za Eulerjevo formulo in identiteto:

$$e^{i\varphi} =$$

$$e^{i\pi} + 1 =$$

ter reši:

$$\frac{e^{\frac{i\pi}{4}} + e^{-\frac{i\pi}{4}}}{2} =$$

$$\frac{e^{\frac{i\pi}{4}} - e^{-\frac{i\pi}{4}}}{2i} =$$

$$e^{\frac{i\pi}{2}} + e^{-\frac{i\pi}{2}} =$$

$$e^{\frac{i\pi}{2}} - e^{-\frac{i\pi}{2}} =$$

f) Če je $n = [0 \ 1 \ 2 \ 3]$, koliko je $e^{\frac{i\pi}{2}n}$? Za vsako vrednost n pridobljeno kompleksno število vpiši v kompleksno ravnino.

g) Če je $n = [-4 \ -3 \ -2 \ -1 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8]$, koliko je $e^{\frac{i\pi}{2}n}$? Za vsako vrednost n pridobljeno kompleksno število vpiši v kompleksno ravnino.

h) Če je $n = [0 \ 1 \ 2 \ 3]$, koliko je $e^{\frac{i\pi}{2}n + \frac{\pi}{2}}$? Za vsako vrednost n pridobljeno kompleksno število vpiši v kompleksno ravnino.

i) Izračunaj:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix} =$$
$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} =$$

j) Določi $x \in \mathbb{C}$, za katere velja:

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^5 - 1 = 0$$

$$2x^5 + 1 = 0$$

k) Reši:

$$\sum_{n=0}^5 2^n =$$

$$\sum_{n=0}^N 2^n =$$

$$\sum_{n=0}^N r^n =$$

$$\sum_{n=0}^N (e^{i\varphi})^n =$$