

ZGORNJI IN SPODNJI CELI DEL REALNEGA ŠTEVILA

Zgornji in spodnji celi del realnega števila sta preslikavi

$$\lceil \cdot \rceil, \lfloor \cdot \rfloor : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z},$$

definirani s predpisoma

$$\lfloor x \rfloor = \max\{k \mid k \in \mathbb{Z} \text{ in } k \leq x\}, \quad \text{spodnji celi del,}$$

$$\lceil x \rceil = \min\{k \mid k \in \mathbb{Z} \text{ in } k \geq x\}, \quad \text{zgornji celi del.}$$

Zgled: za e označimo osnovo naravnih logaritmov, v desetiškem zapisu je $e = 2,718281828\dots$

$$\lfloor e \rfloor = 2 \quad \lceil e \rceil = 3 \quad \lfloor -e \rfloor = -3 \quad \lceil -e \rceil = -2$$

Lastnosti:

1. $x \in \mathbb{Z} \iff \lfloor x \rfloor = x \iff \lceil x \rceil = x$
2. $\lfloor x \rfloor \leq x < \lfloor x \rfloor + 1$, kar je enakovredno $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x$
3. $\lceil x \rceil - 1 < x \leq \lceil x \rceil$, kar je enakovredno $x \leq \lceil x \rceil < x + 1$
4. Če je $k \in \mathbb{Z}$, je $\lfloor x + k \rfloor = \lfloor x \rfloor + k$ in $\lceil x + k \rceil = \lceil x \rceil + k$.
5. $\lceil x \rceil = -\lfloor -x \rfloor$ in $\lfloor x \rfloor = -\lceil -x \rceil$
6. Za $x \notin \mathbb{Z}$ je $\lfloor x \rfloor = \lceil x \rceil - 1$ oziroma $\lceil x \rceil = \lfloor x \rfloor + 1$.