

UMETNA INTELIGENCA

laboratorijske vaje
minimaks, alfa-beta rezanje, monte carlo drevesa

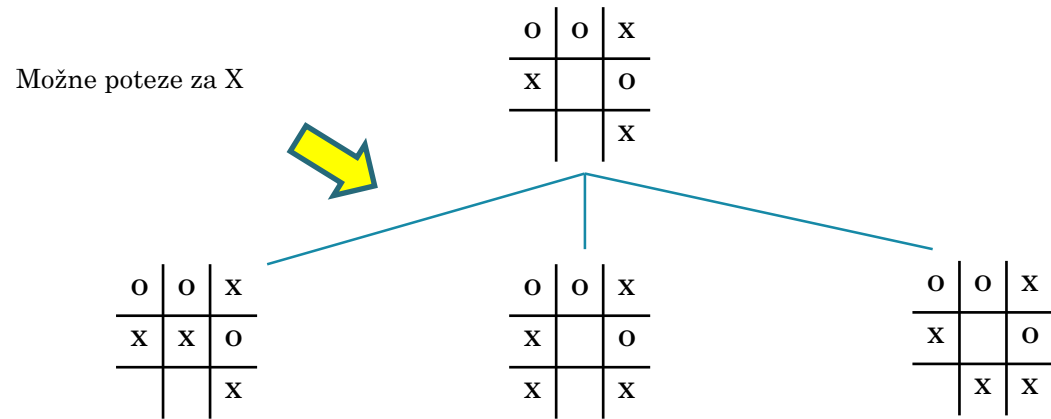
PREISKOVANJE PO PRINCIPU MINIMAKS

Podano začetno stanje
X je na potezi

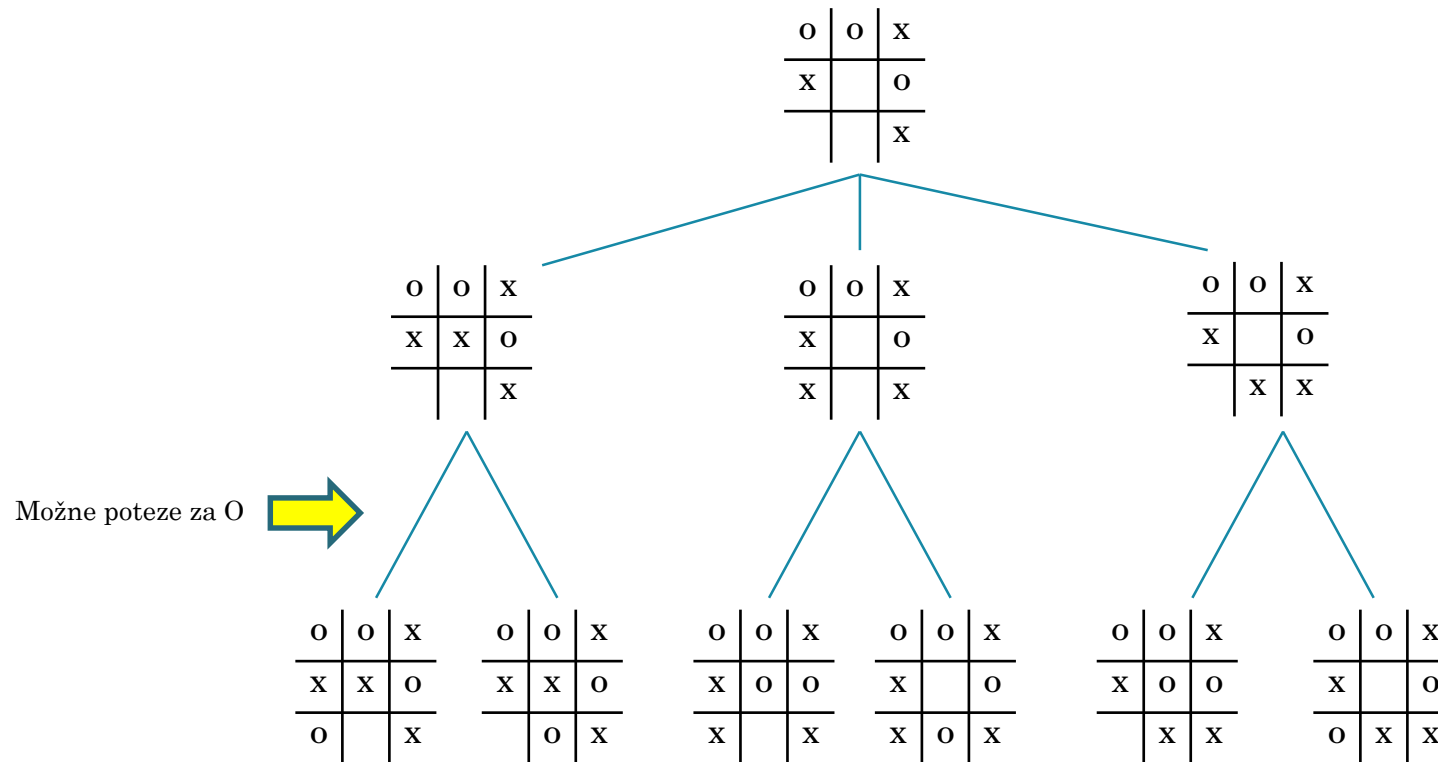


o	o	x
x		o
		x

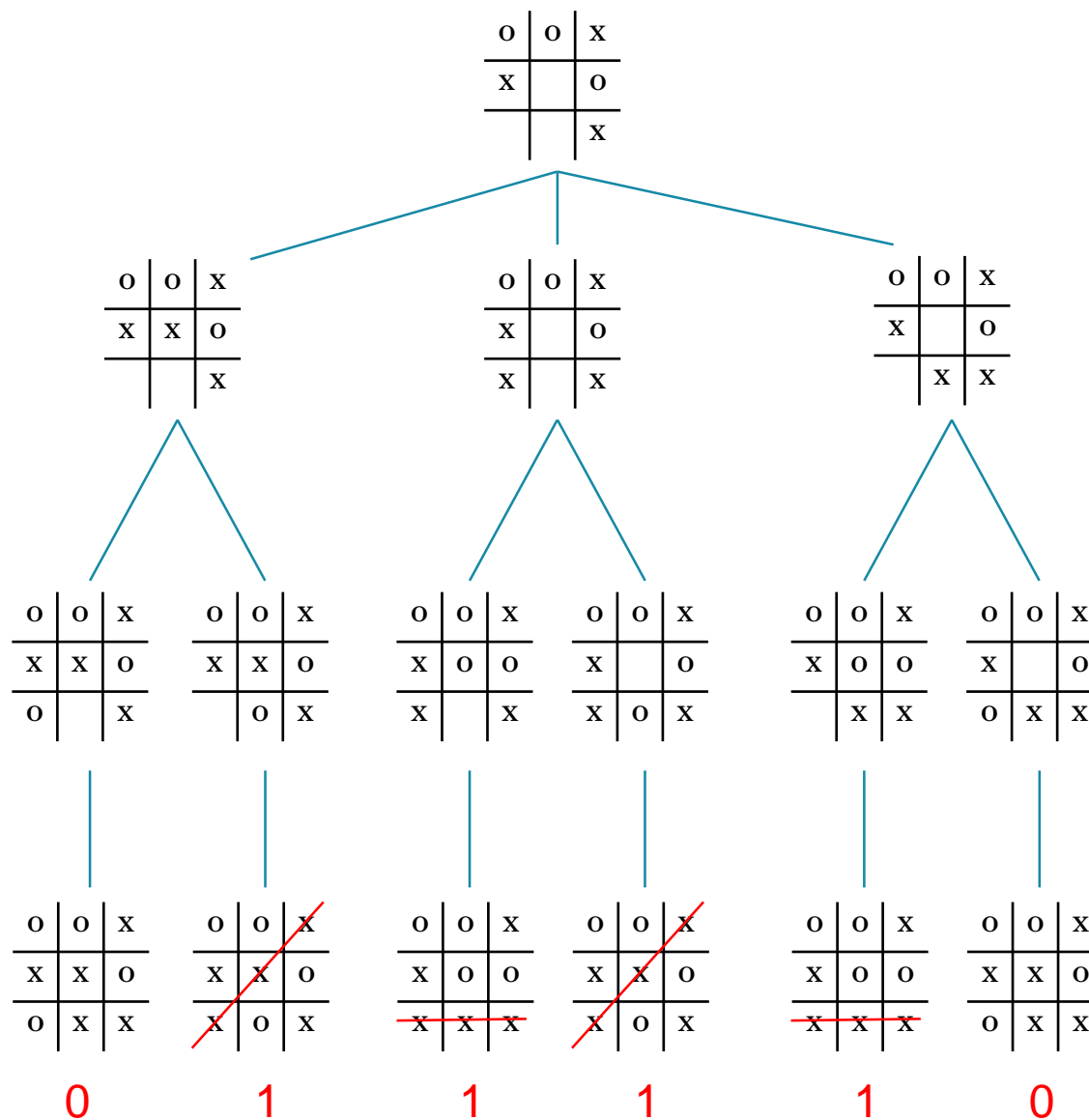
PREISKOVANJE PO PRINCIPU MINIMAKS



PREISKOVANJE PO PRINCIPU MINIMAKS



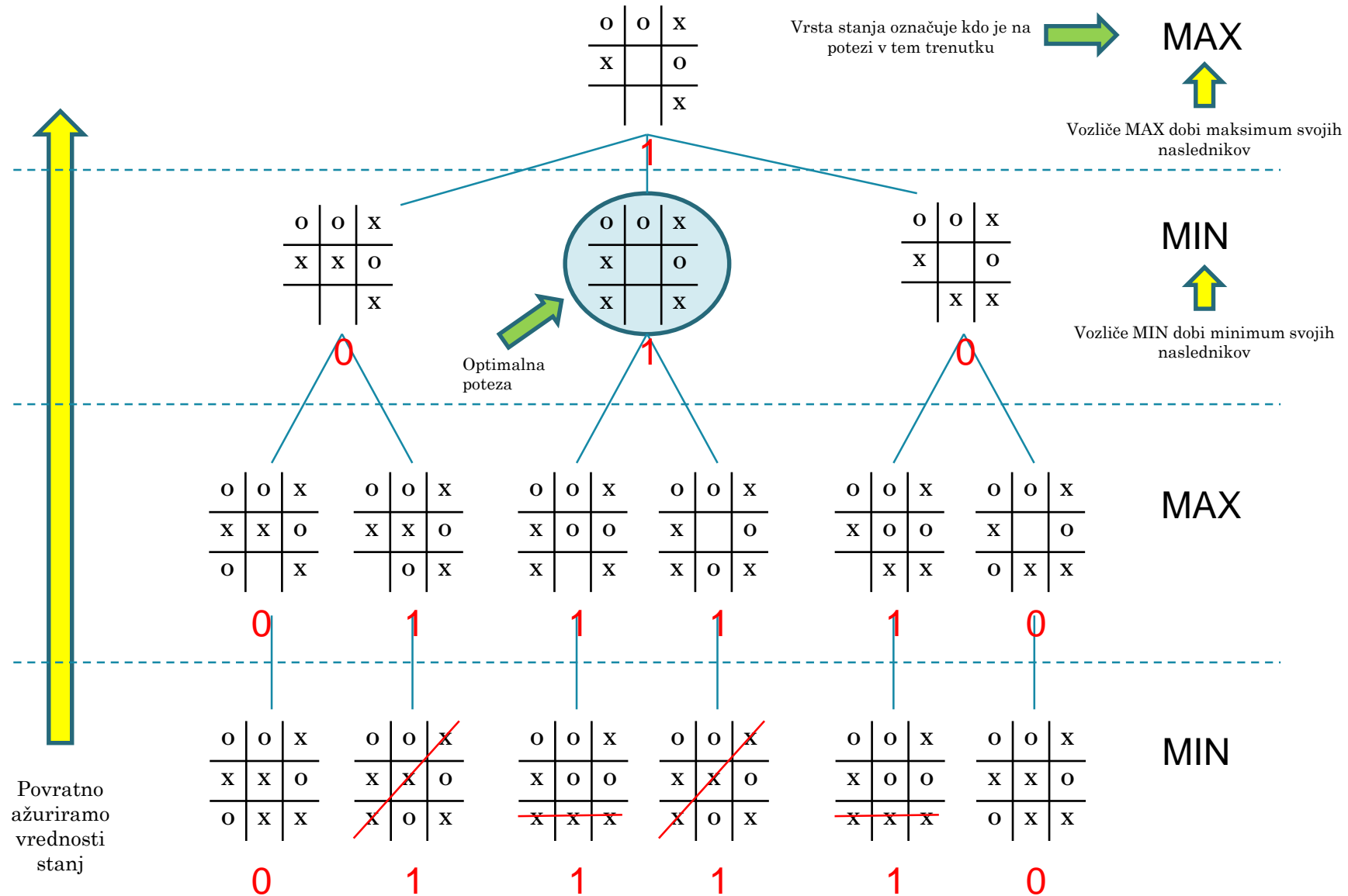
PREISKOVANJE PO PRINCIPU MINIMAKS



Ovrednotimo stanja



PREISKOVANJE PO PRINCIPU MINIMAKS

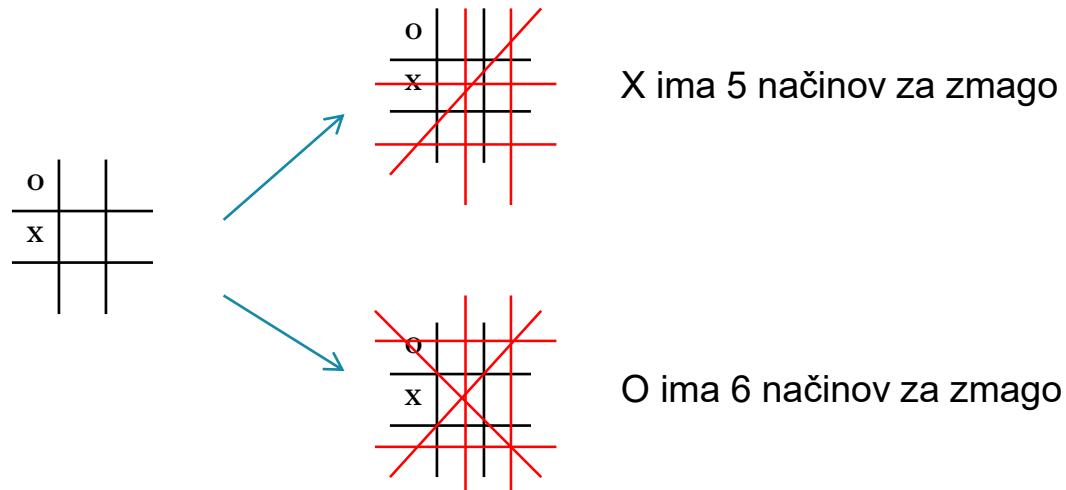


PREISKOVANJE PO PRINCIPU MINIMAKS

- Po navadi (zaradi časovnih ali pomnilniških omejitev) prostora stanj ne moremo pregledati do listov, zato stanja pregledamo do neke fiksne globine n .
- Na globini n vozliščem določimo hevristično oceno kvalitete in jo propagiramo navzgor.

Primer hevristične funkcije za igro križci in krožci:

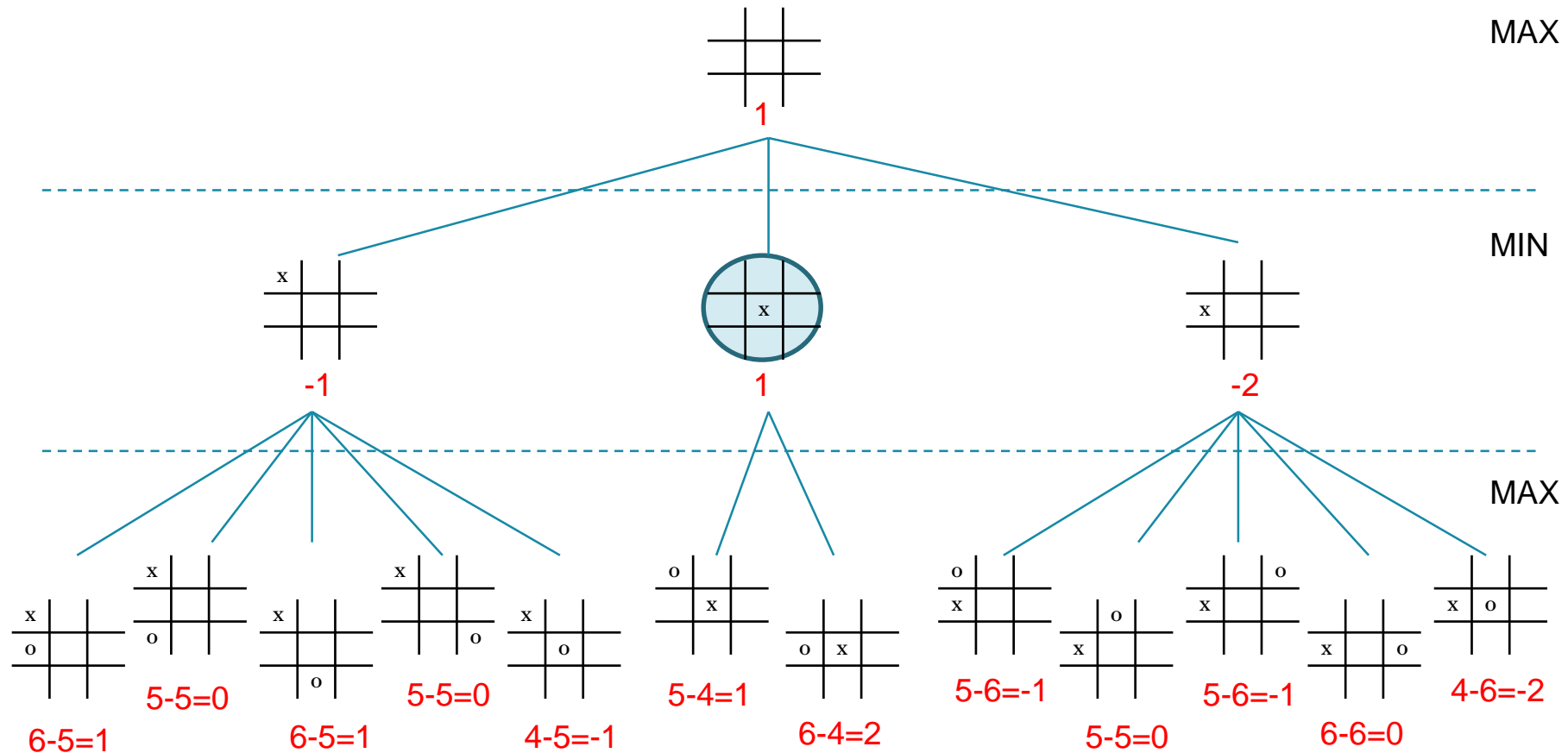
$E(n) = \text{“na koliko načinov lahko zmagam”} - \text{“na koliko načinov lahko nasprotnik zmaga”}$



Hevristična ocena za podano pozicijo s stališča igralca X je $E(n) = 5 - 6 = -1$

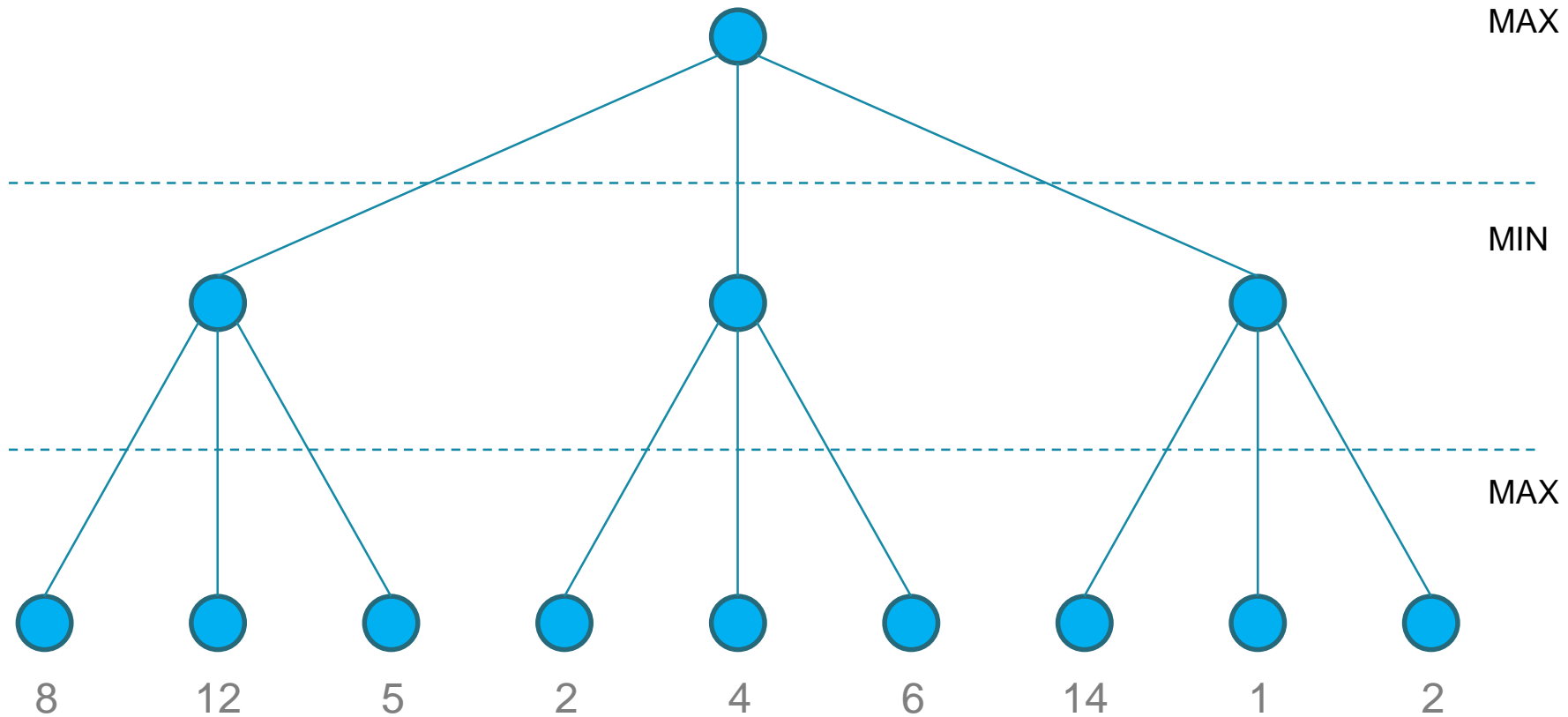
PRIMER 1

Primer ažuriranja vrednosti stanj z minimaksom globine 3.
X je prvi na potezi in predstavlja igralca MAX.



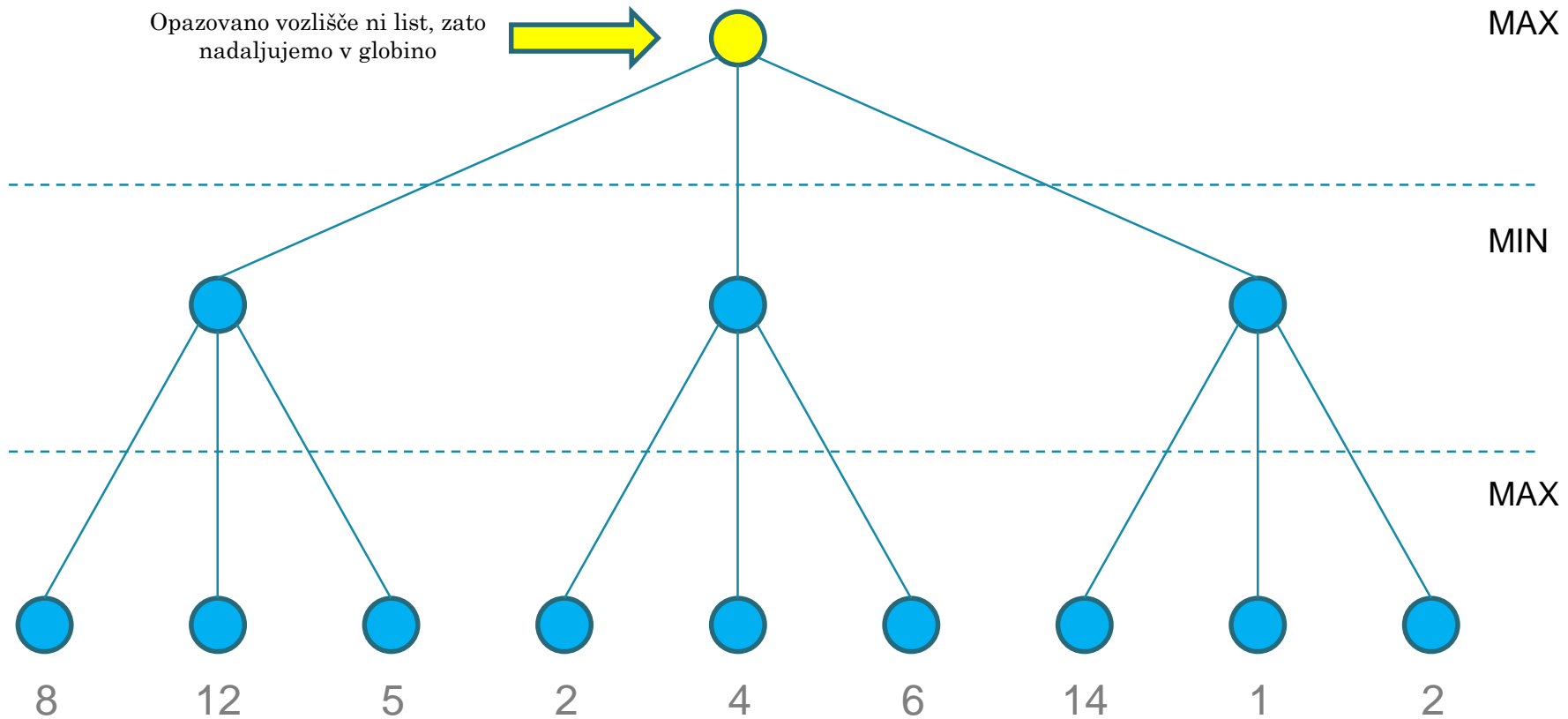
PRIMER 2 (1/18)

Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.



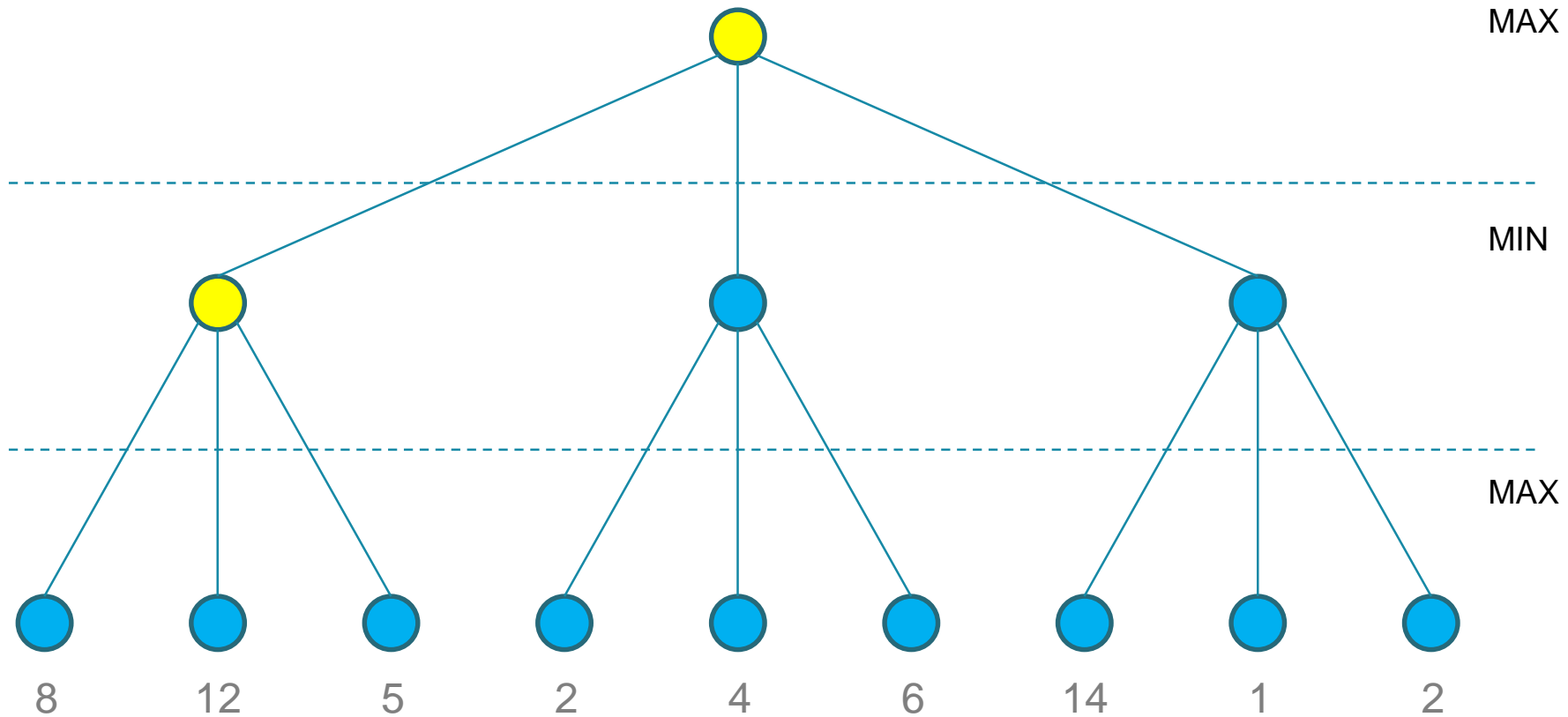
PRIMER 2 (2/18)

Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.



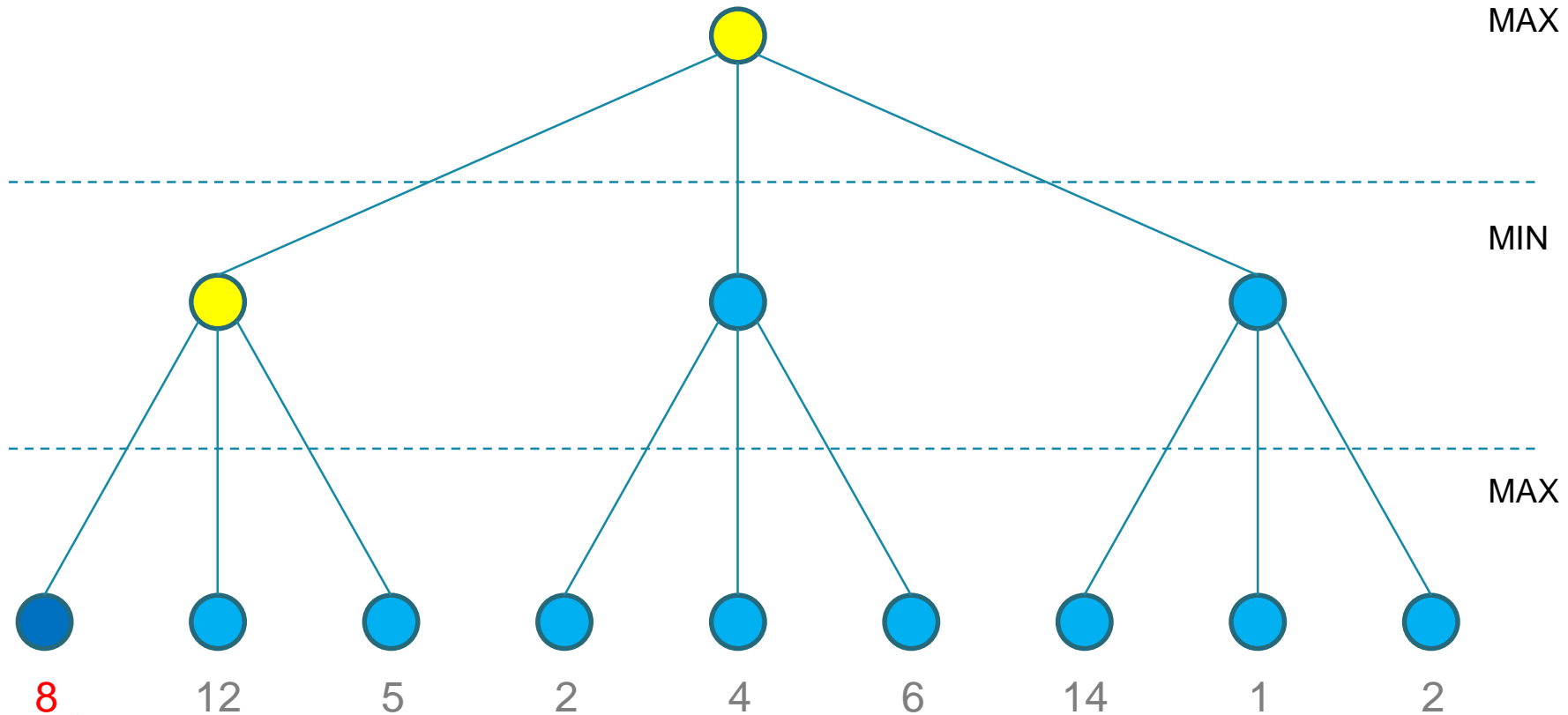
PRIMER 2 (3/18)

Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.



PRIMER 2 (4/18)

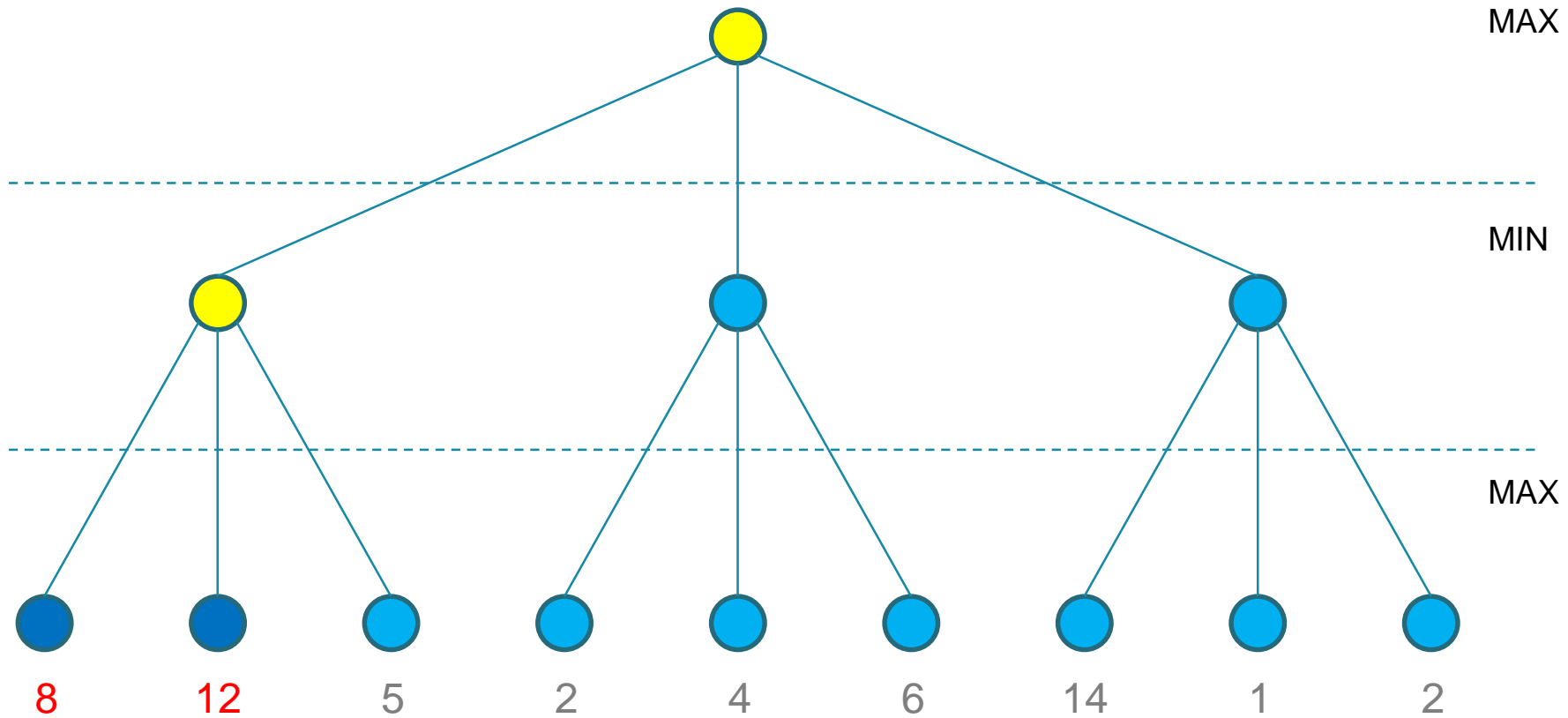
Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.



Prispeli smo do lista, označimo ga s hevristično oceno

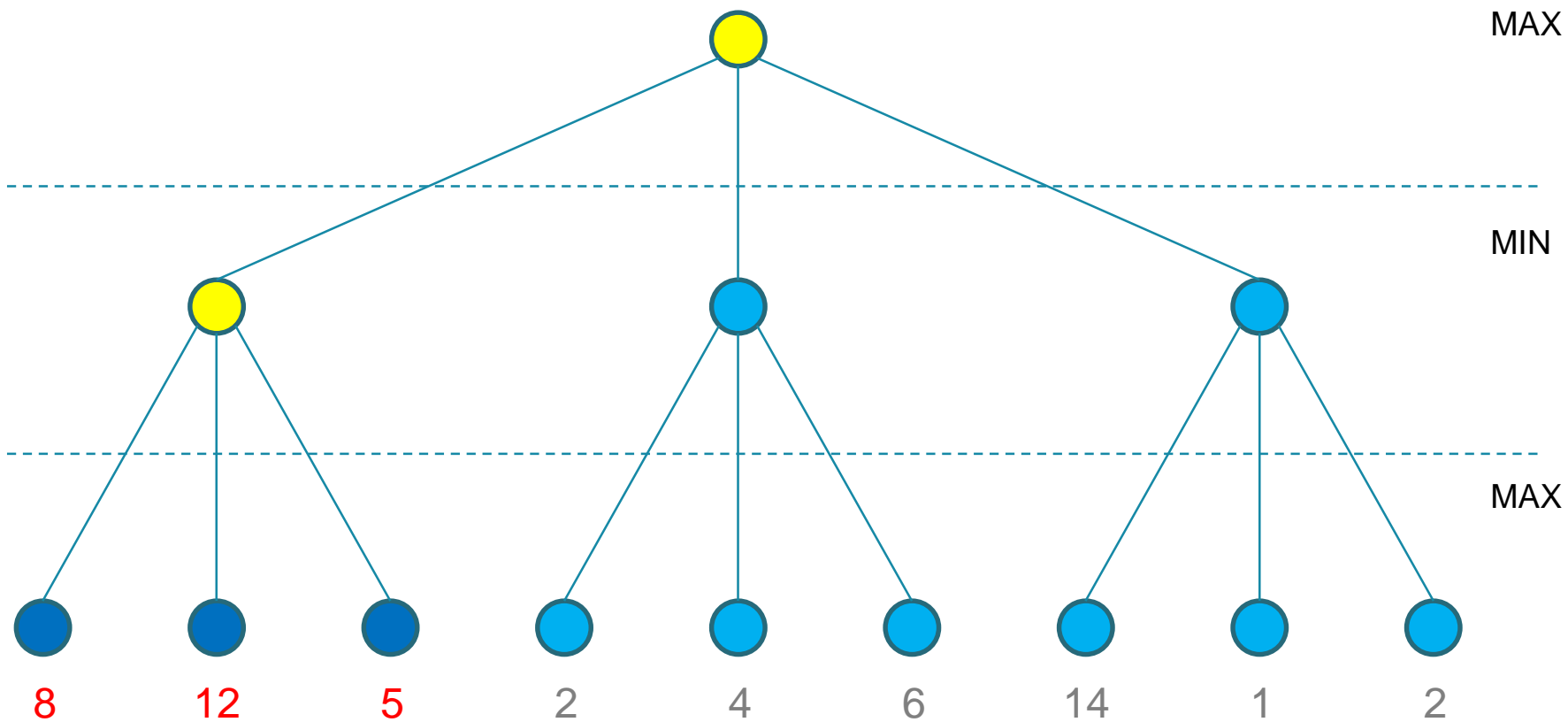
PRIMER 2 (5/18)

Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.



PRIMER 2 (6/18)

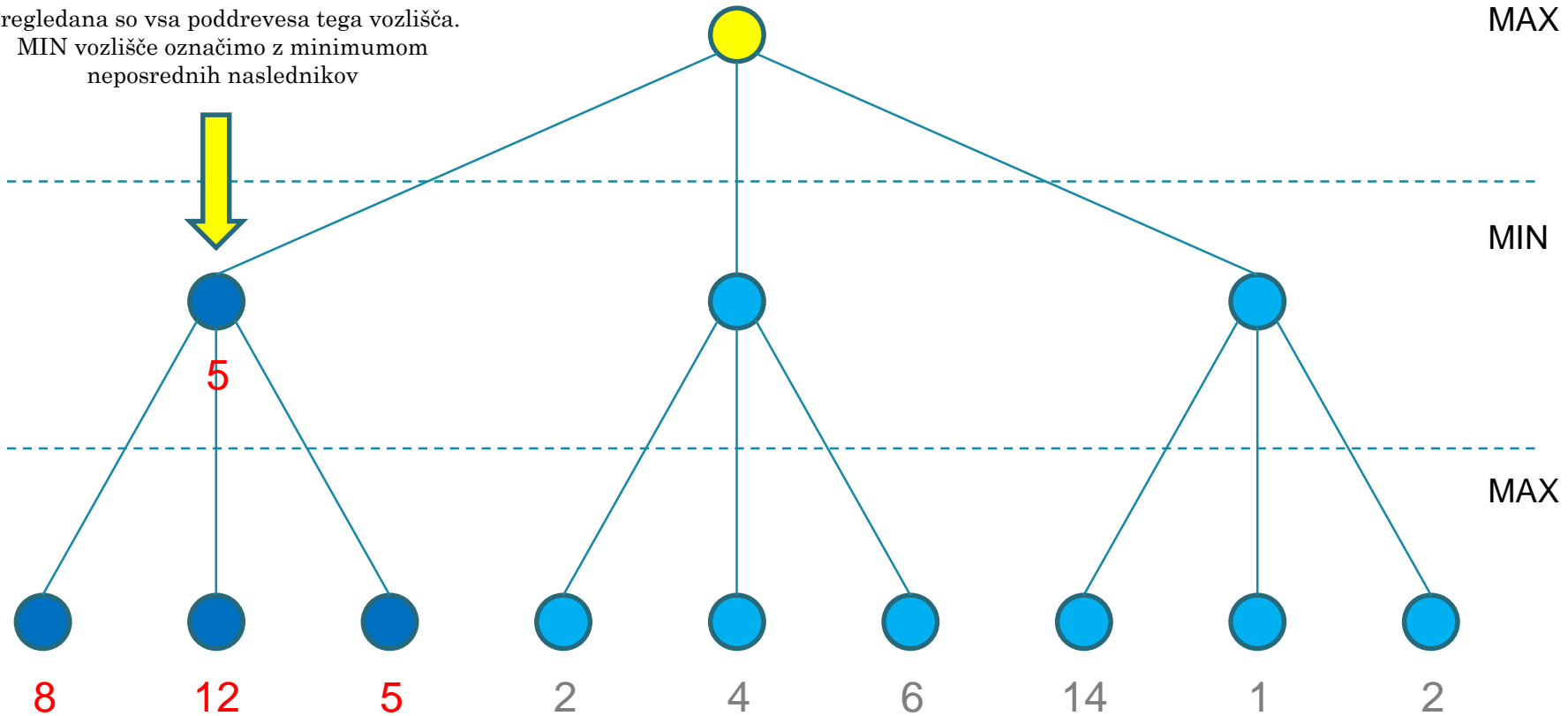
Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.



PRIMER 2 (7/18)

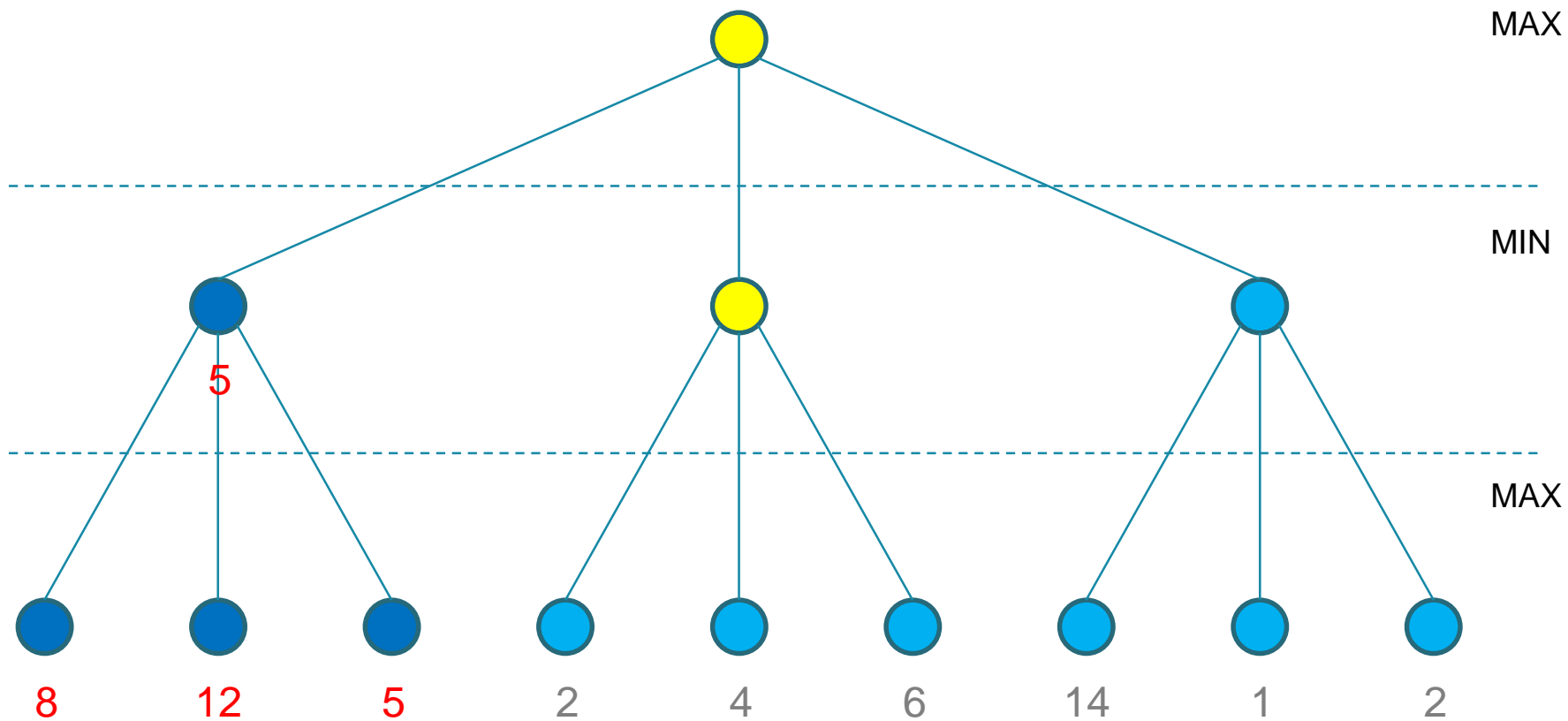
Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.

Pregledana so vsa poddrevesa tega vozlišča.
MIN vozlišče označimo z minimumom
neposrednih naslednikov



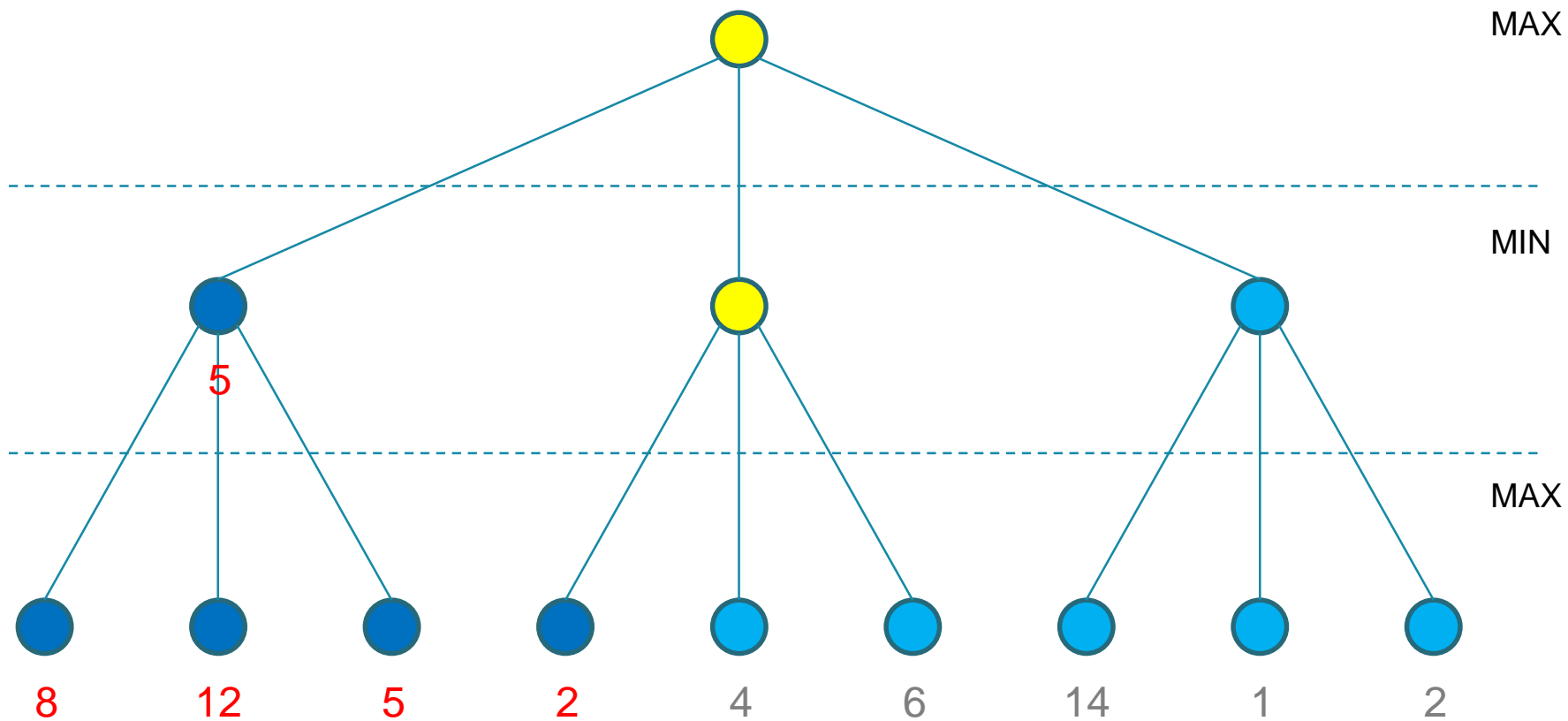
PRIMER 2 (8/18)

Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.



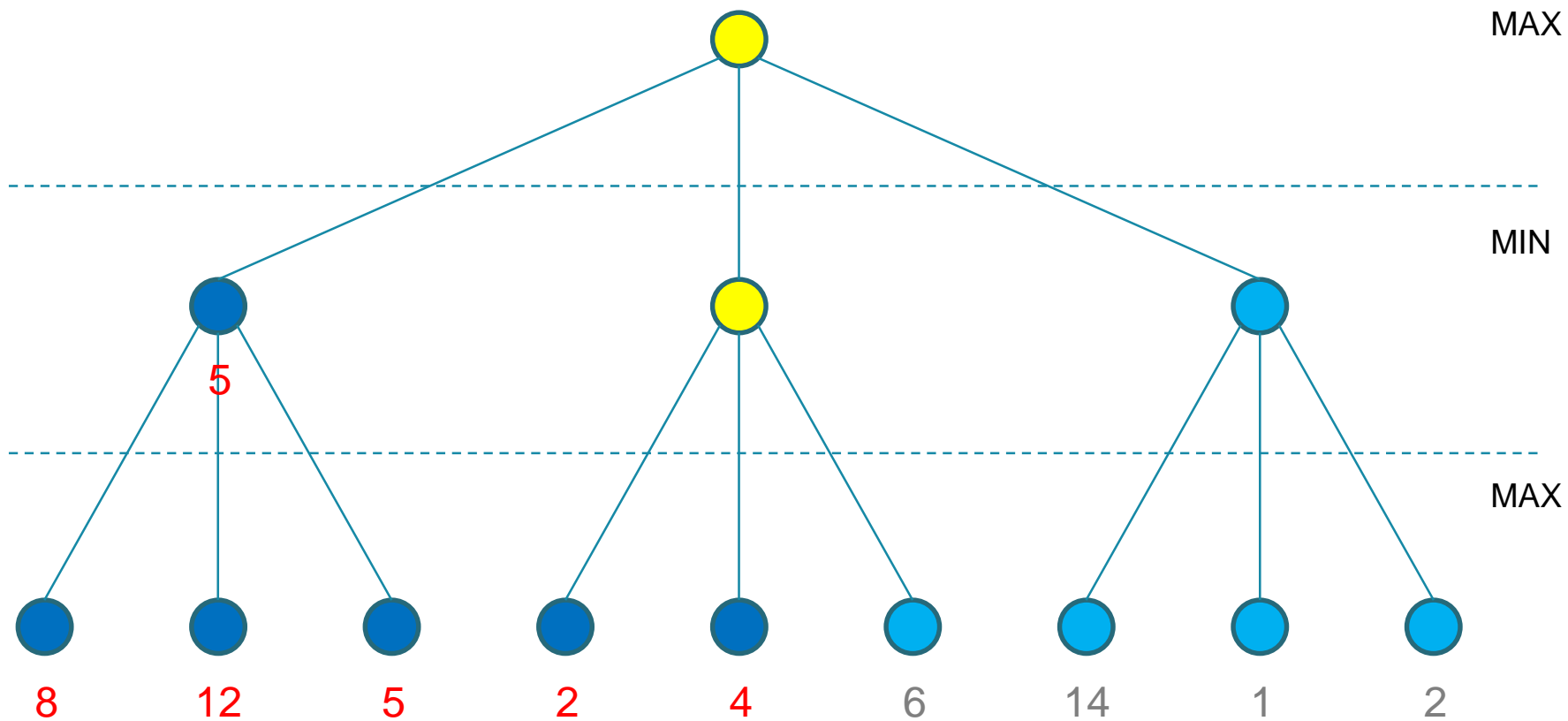
PRIMER 2 (9/18)

Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.



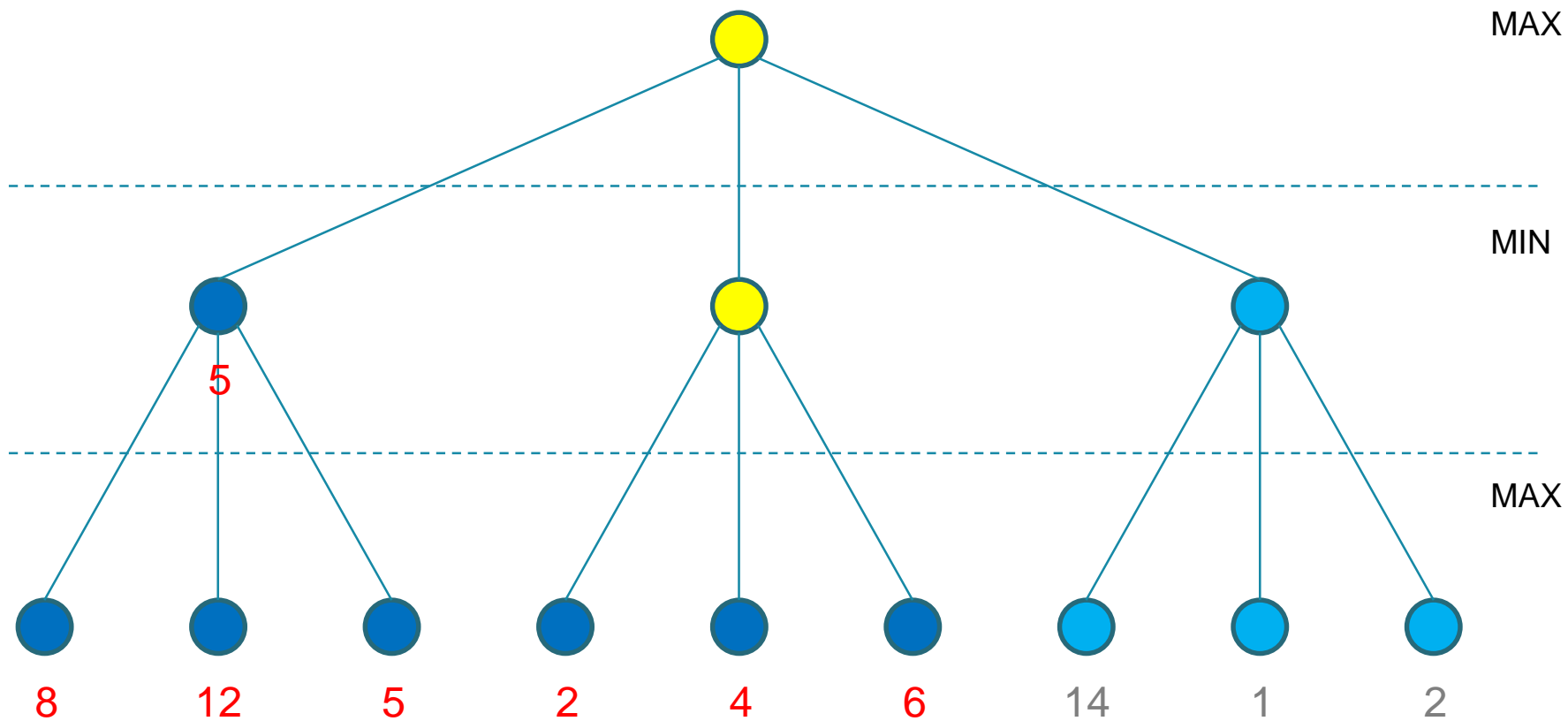
PRIMER 2 (10/18)

Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.



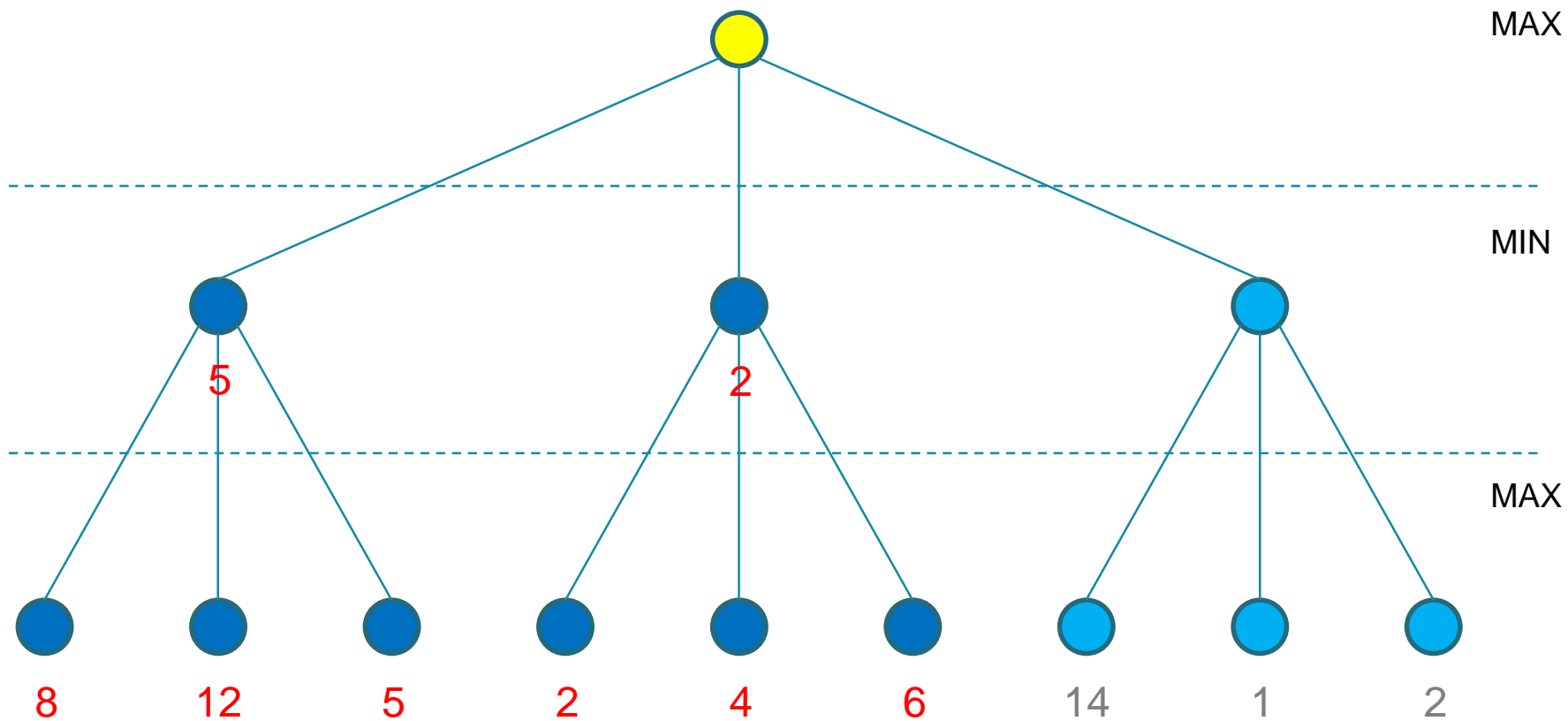
PRIMER 2 (11/18)

Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.



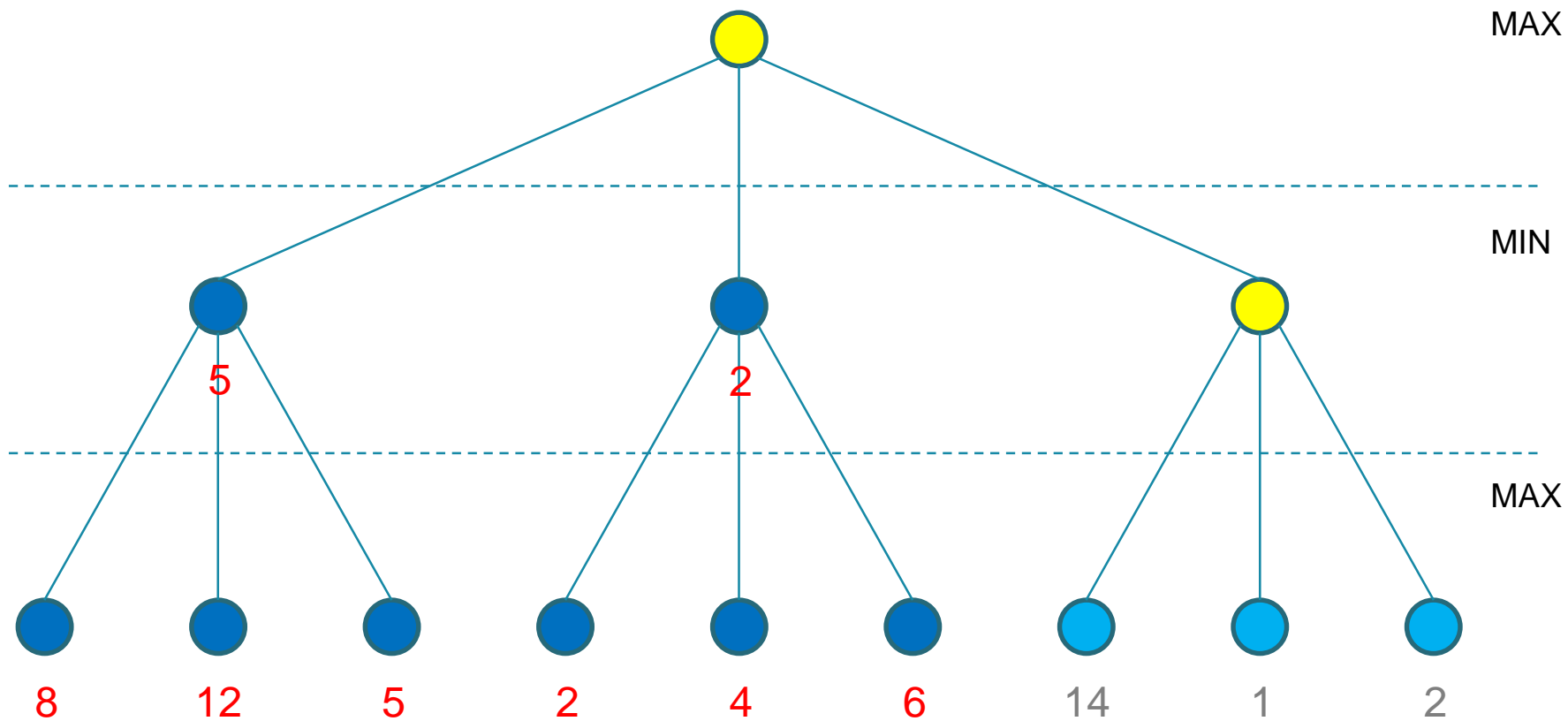
PRIMER 2 (12/18)

Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.



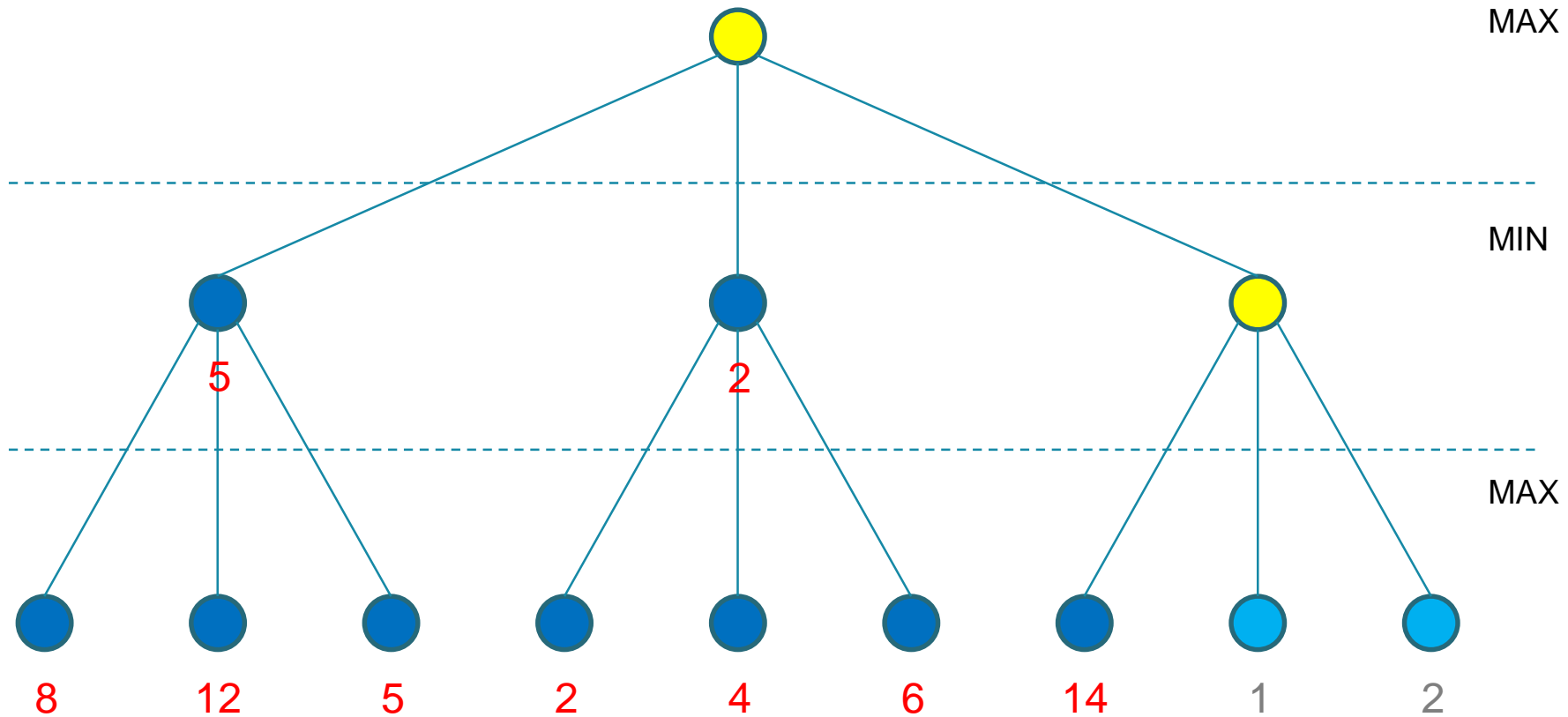
PRIMER 2 (13/18)

Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.



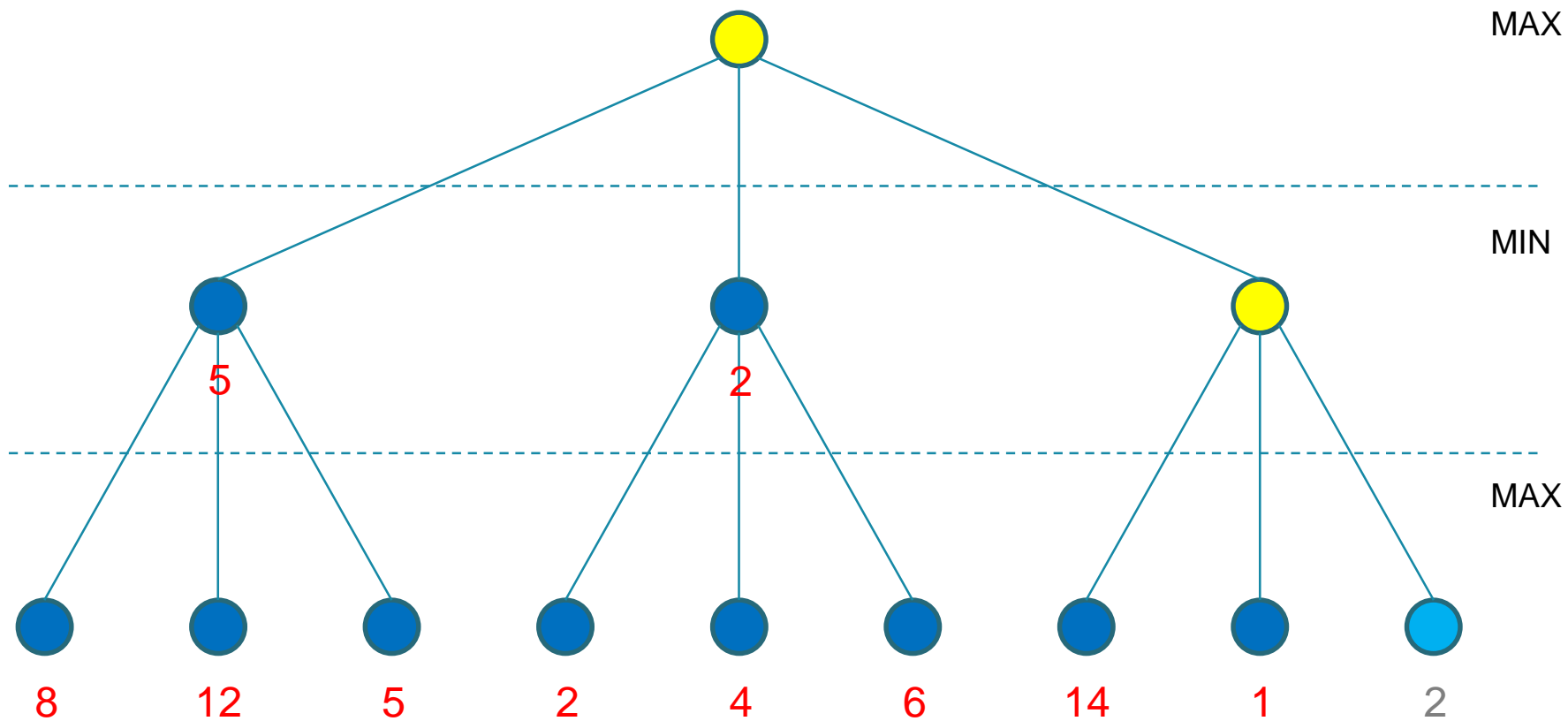
PRIMER 2 (14/18)

Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.



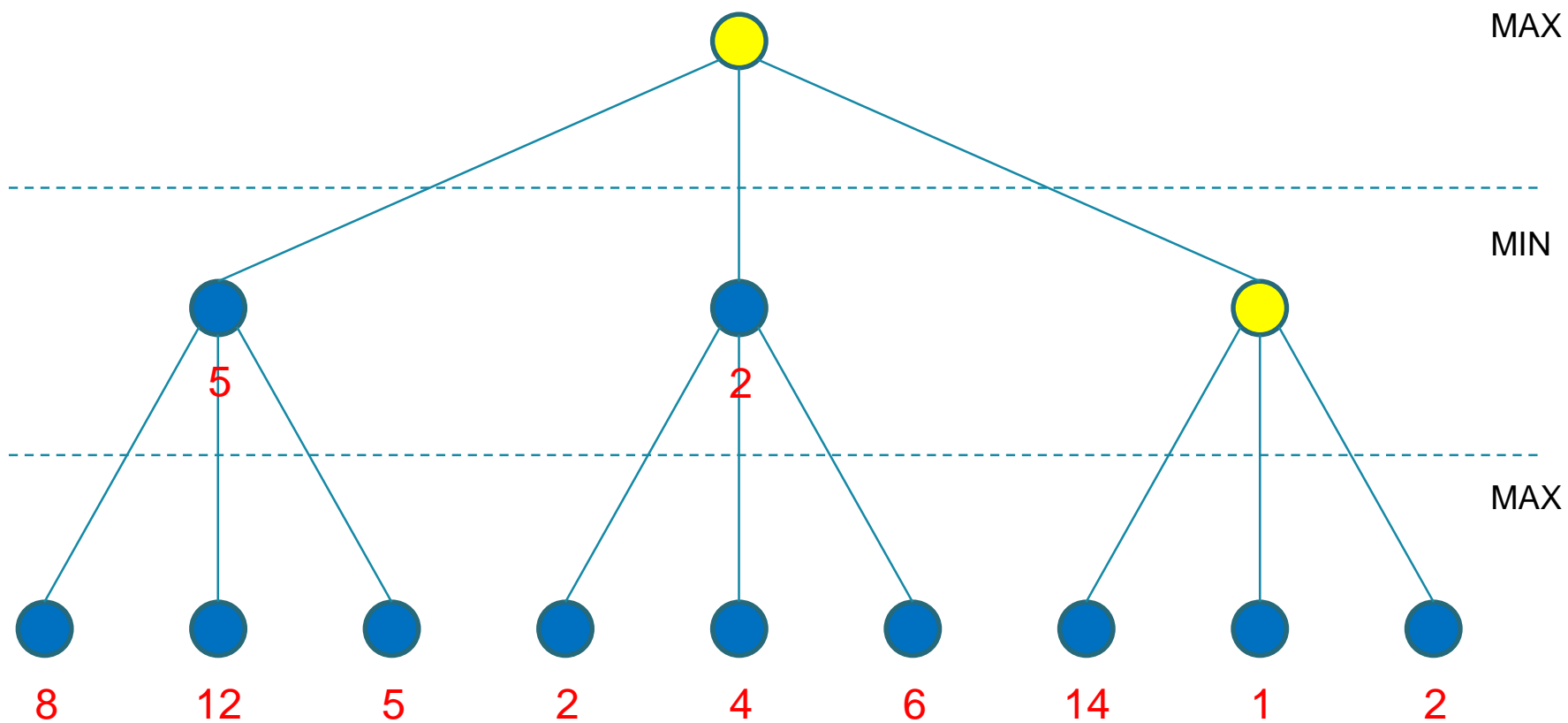
PRIMER 2 (15/18)

Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.



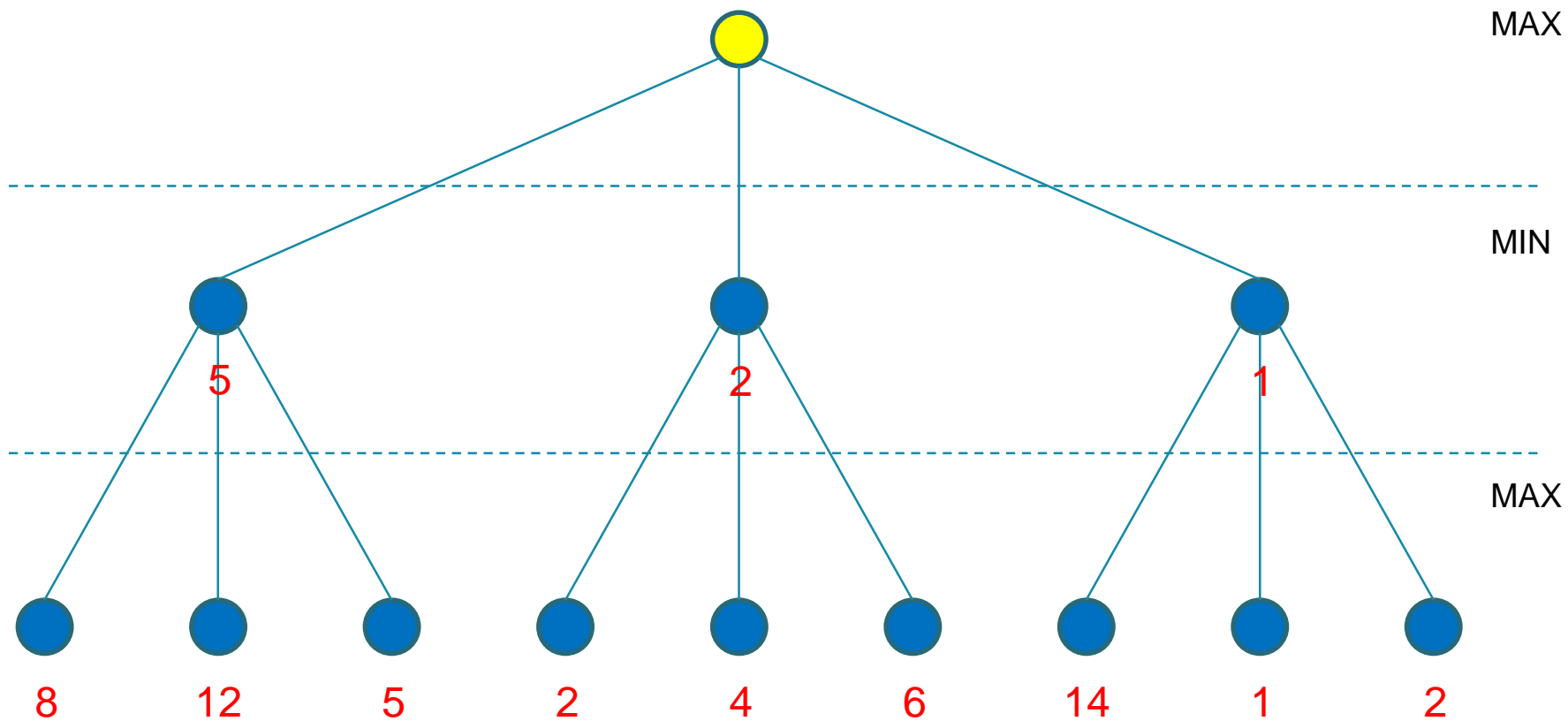
PRIMER 2 (16/18)

Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.



PRIMER 2 (17/18)

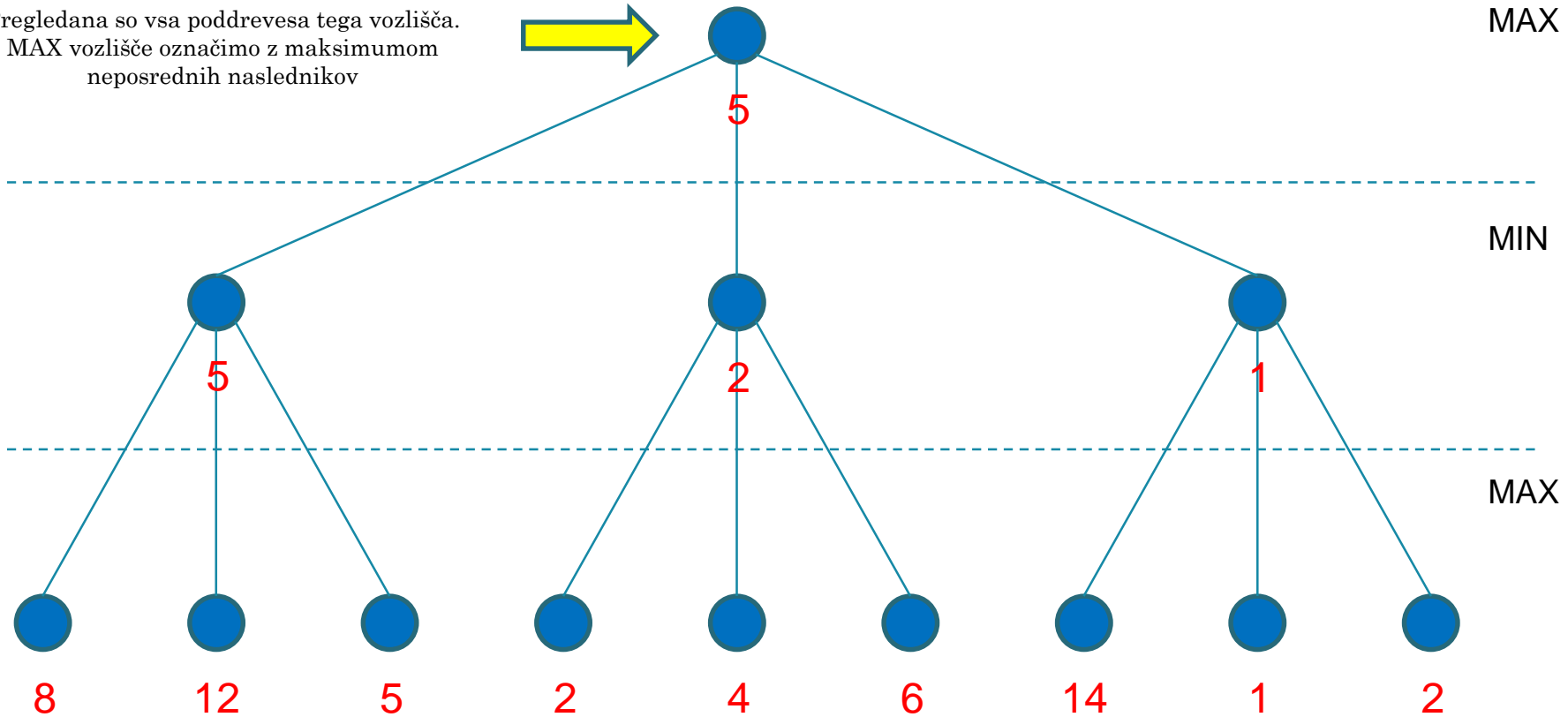
Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.



PRIMER 2 (18/18)

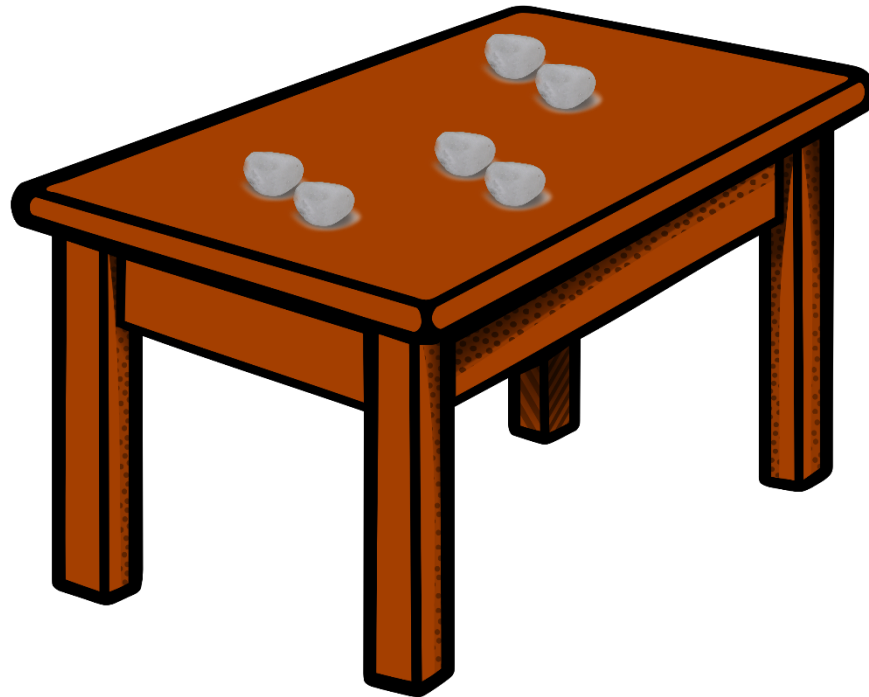
Podan je hipotetični prostor stanj. Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom.

Pregledana so vsa poddrevesa tega vozlišča.
MAX vozlišče označimo z maksimumom
neposrednih naslednikov

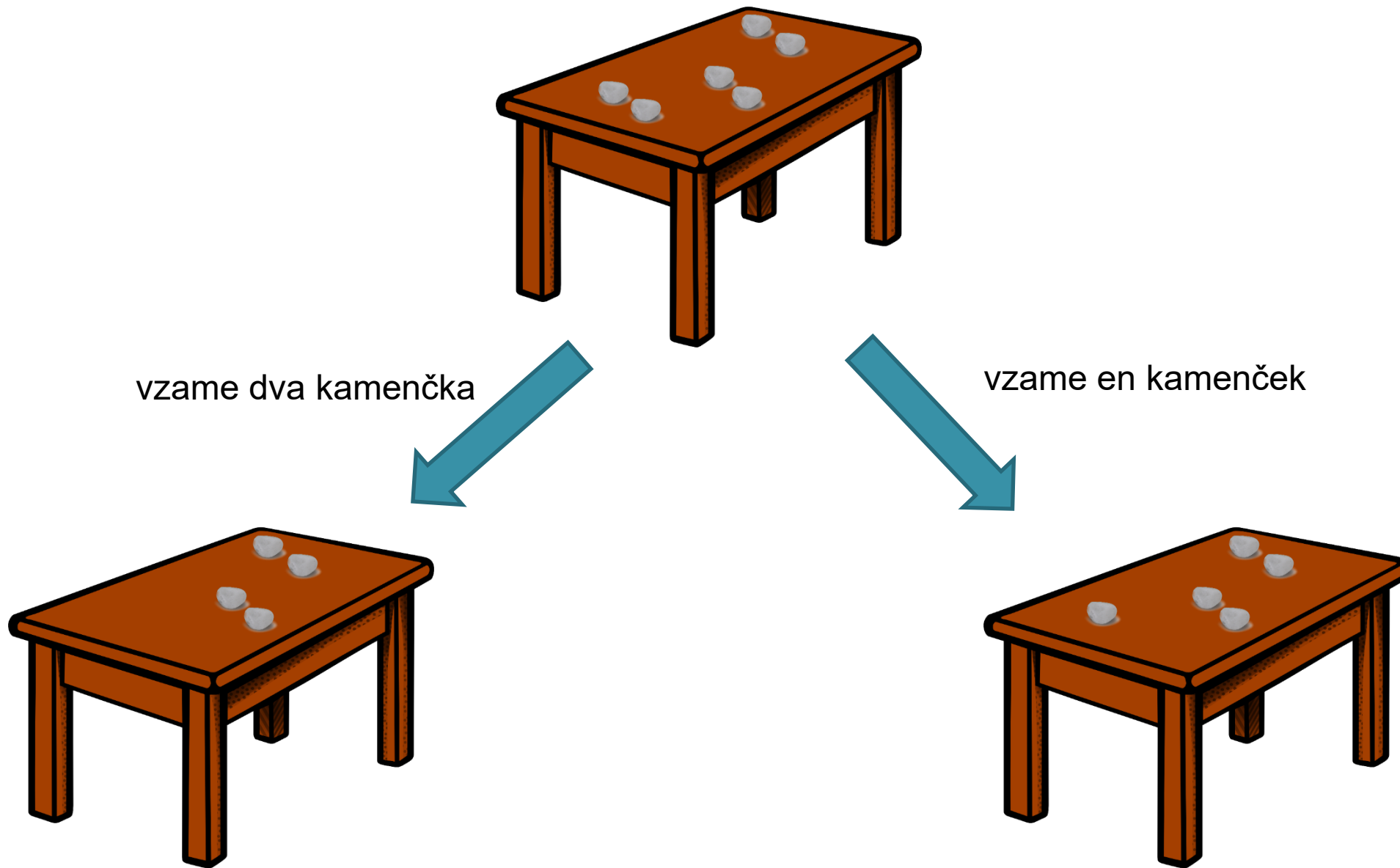


PRIMER 3

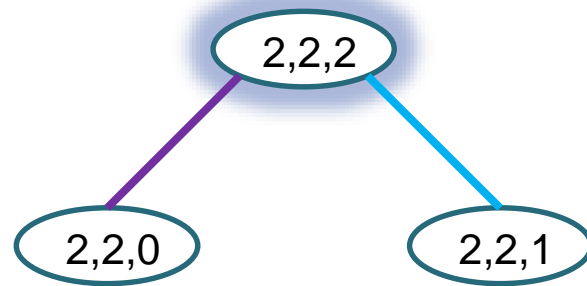
Igralca MIN in MAX igrata igro z naslednjimi pravili. Na mizo položita tri kupčke s po dvema kamenčkoma in izmenoma vlečeta poteze. Igralec na potezi lahko iz enega kupa vzame poljubno število kamenčkov. Zmaga igralec, ki lahko zadnji izvede potezo. Sestavite prostor stanj za to igro in določite MINIMAX vrednost za igralca MAX, ki je prvi na potezi.





PROSTOR STANJ



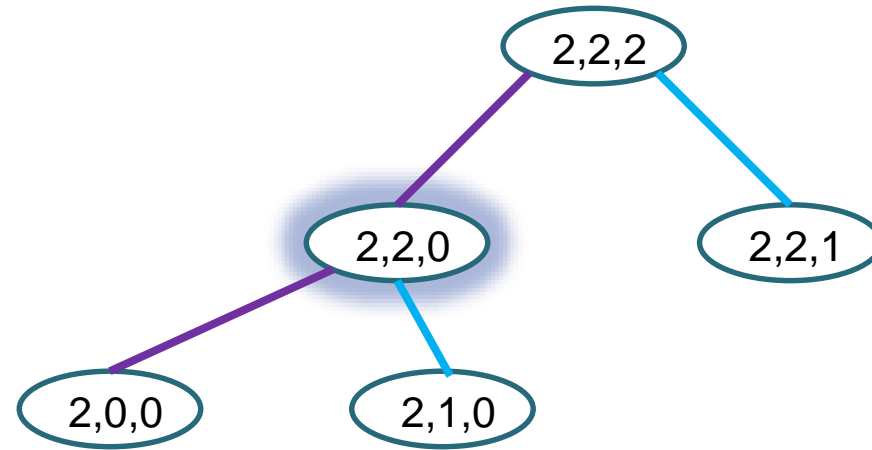
REŠITEV



 vzame dva kamenčka

 vzame en kamenček

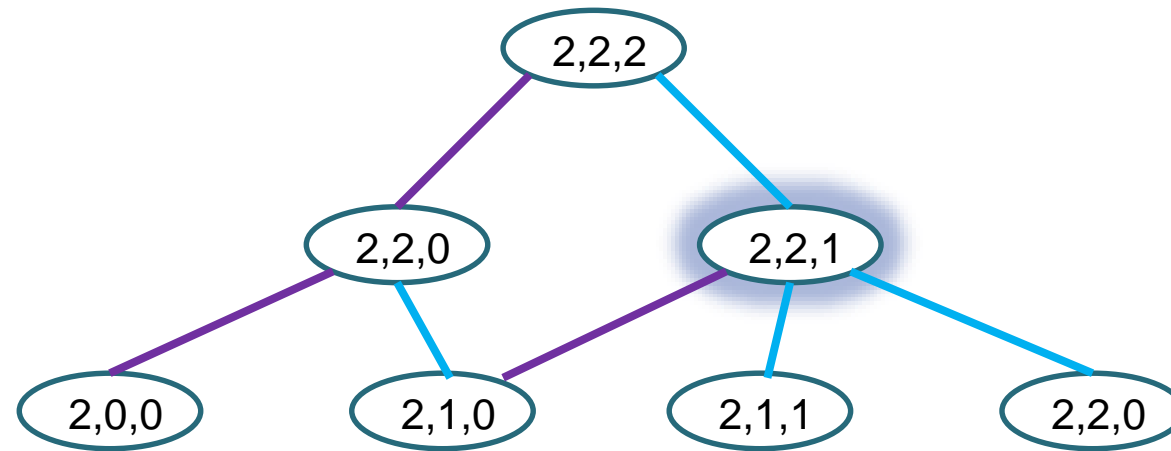
REŠITEV



■ vzame dva kamenčka

■ vzame en kamenček

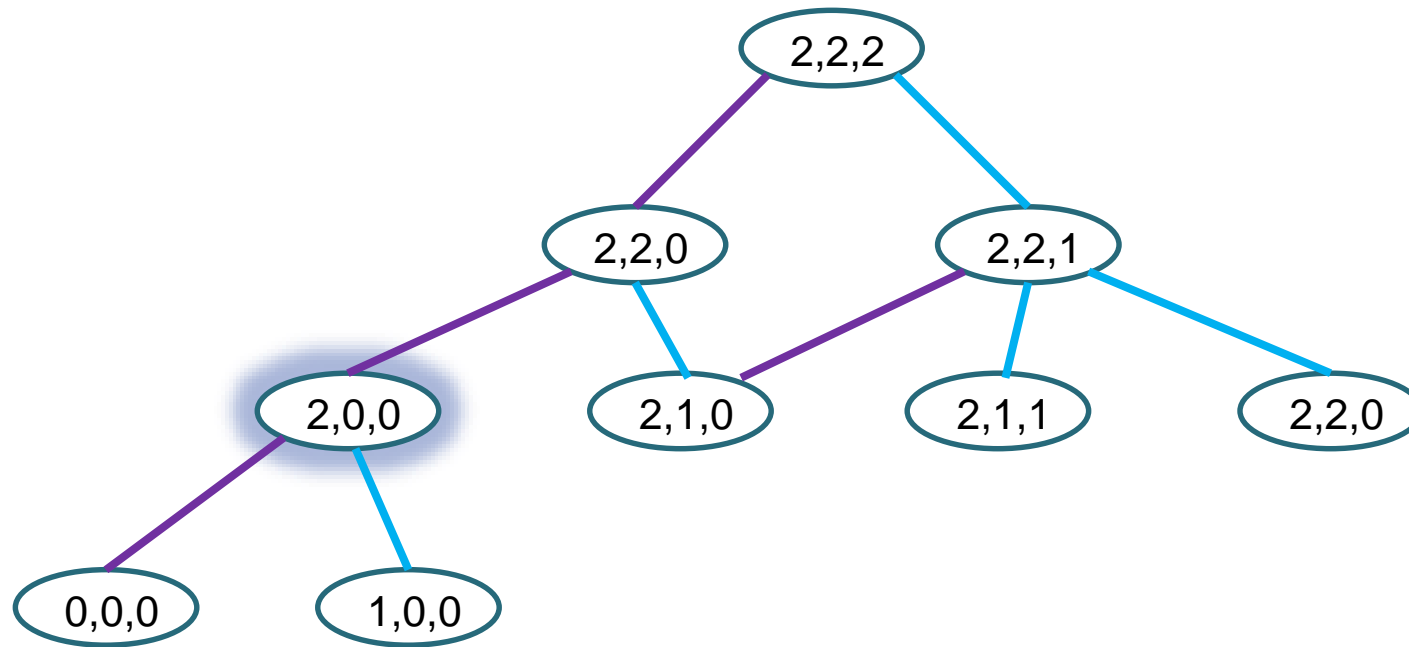
REŠITEV



— vzame dva kamenčka

— vzame en kamenček

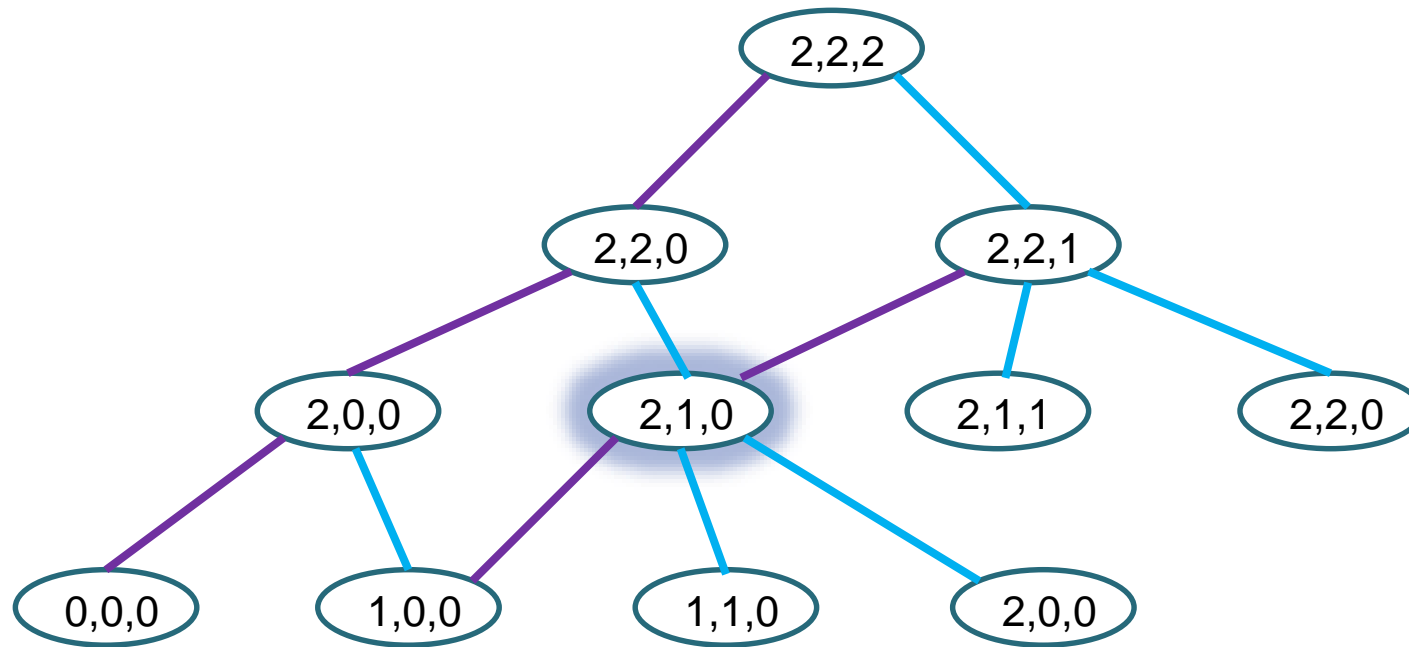
REŠITEV



— vzame dva kamenčka

— vzame en kamenček

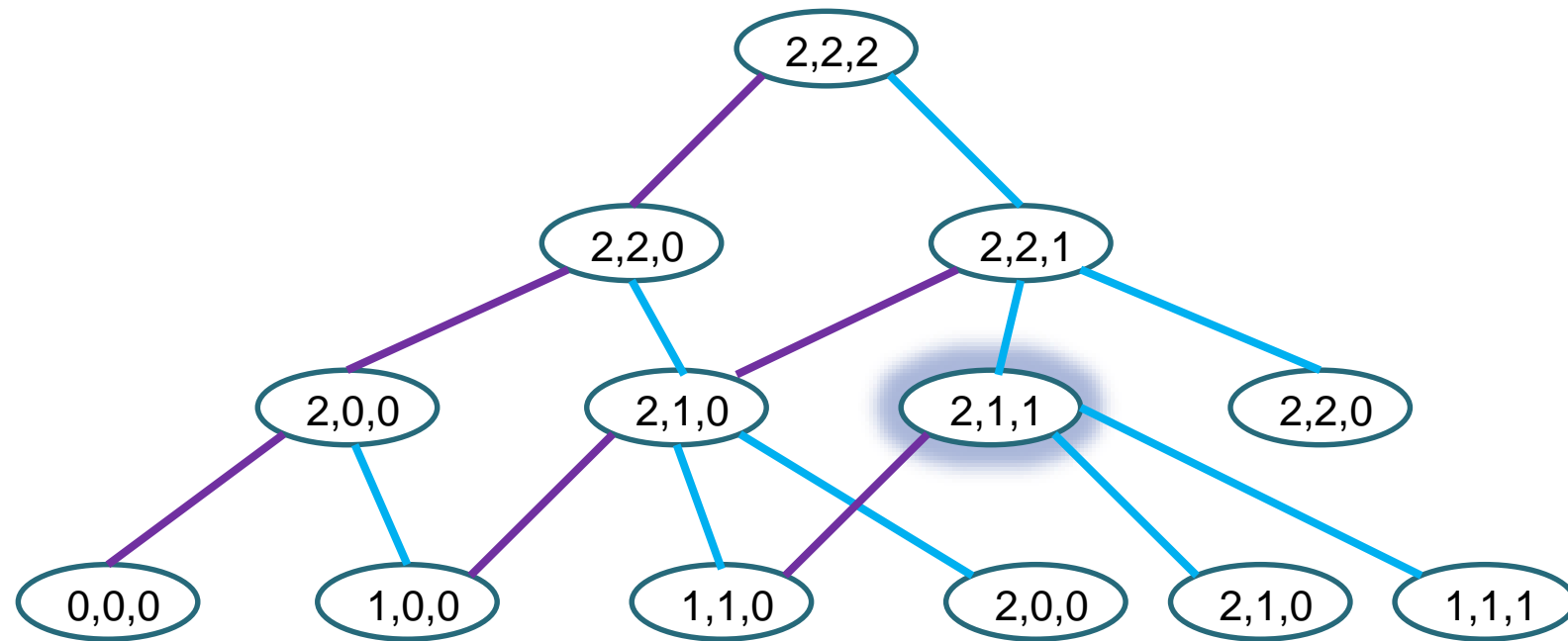
REŠITEV



— vzame dva kamenčka

— vzame en kamenček

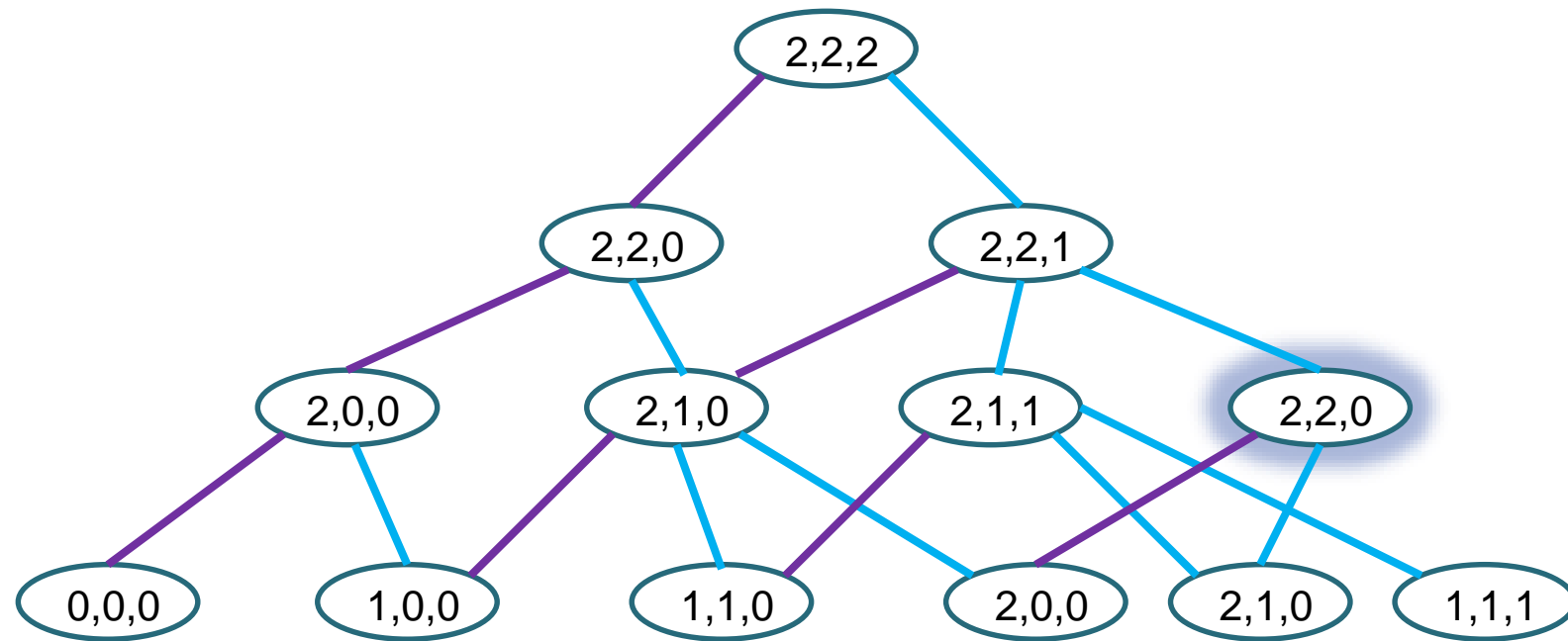
REŠITEV



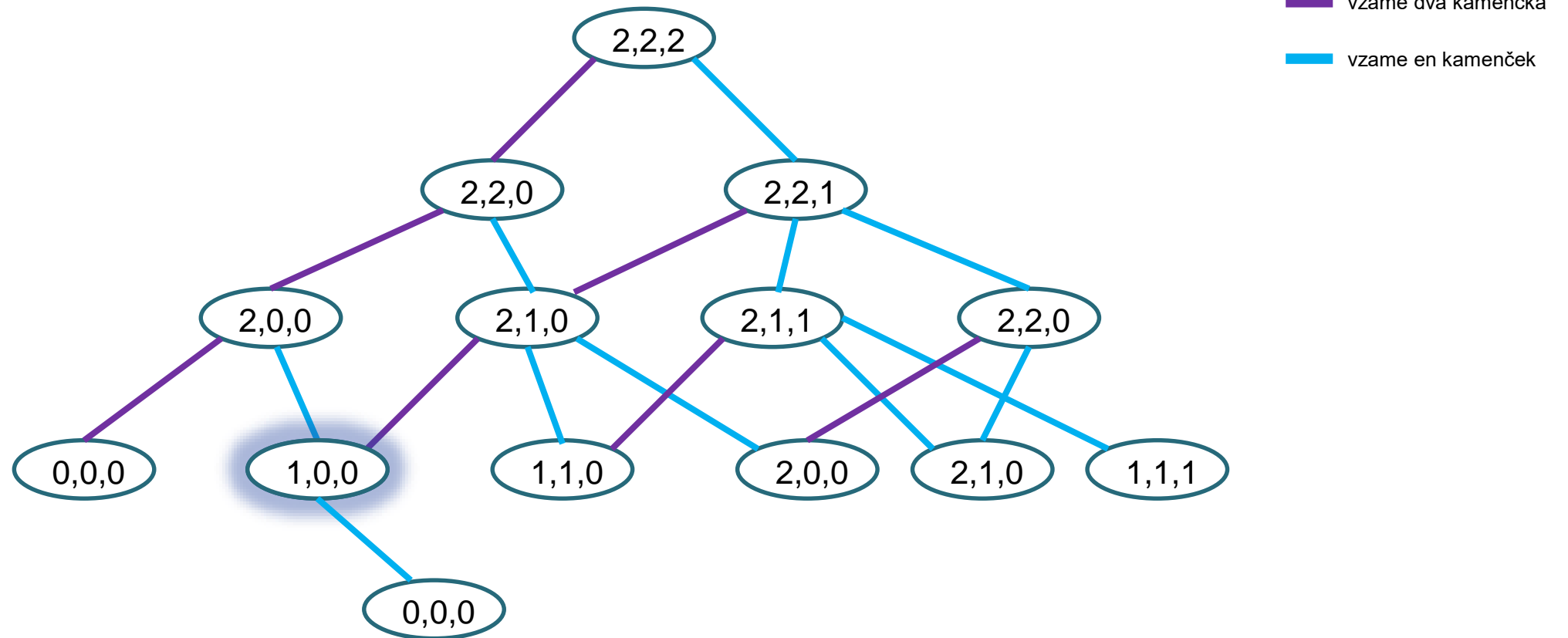
— vzame dva kamenčka

— vzame en kamenček

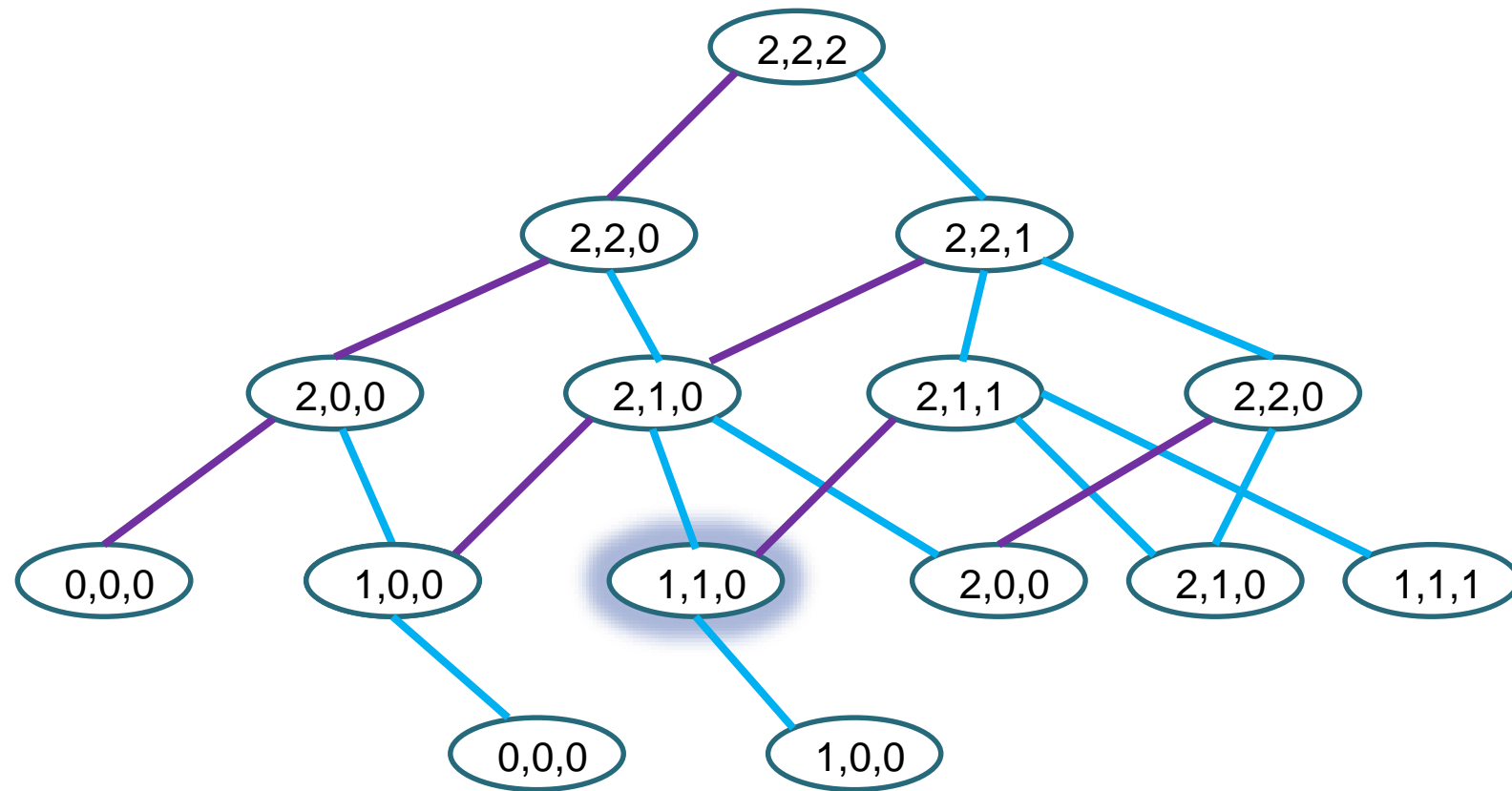
REŠITEV



REŠITEV



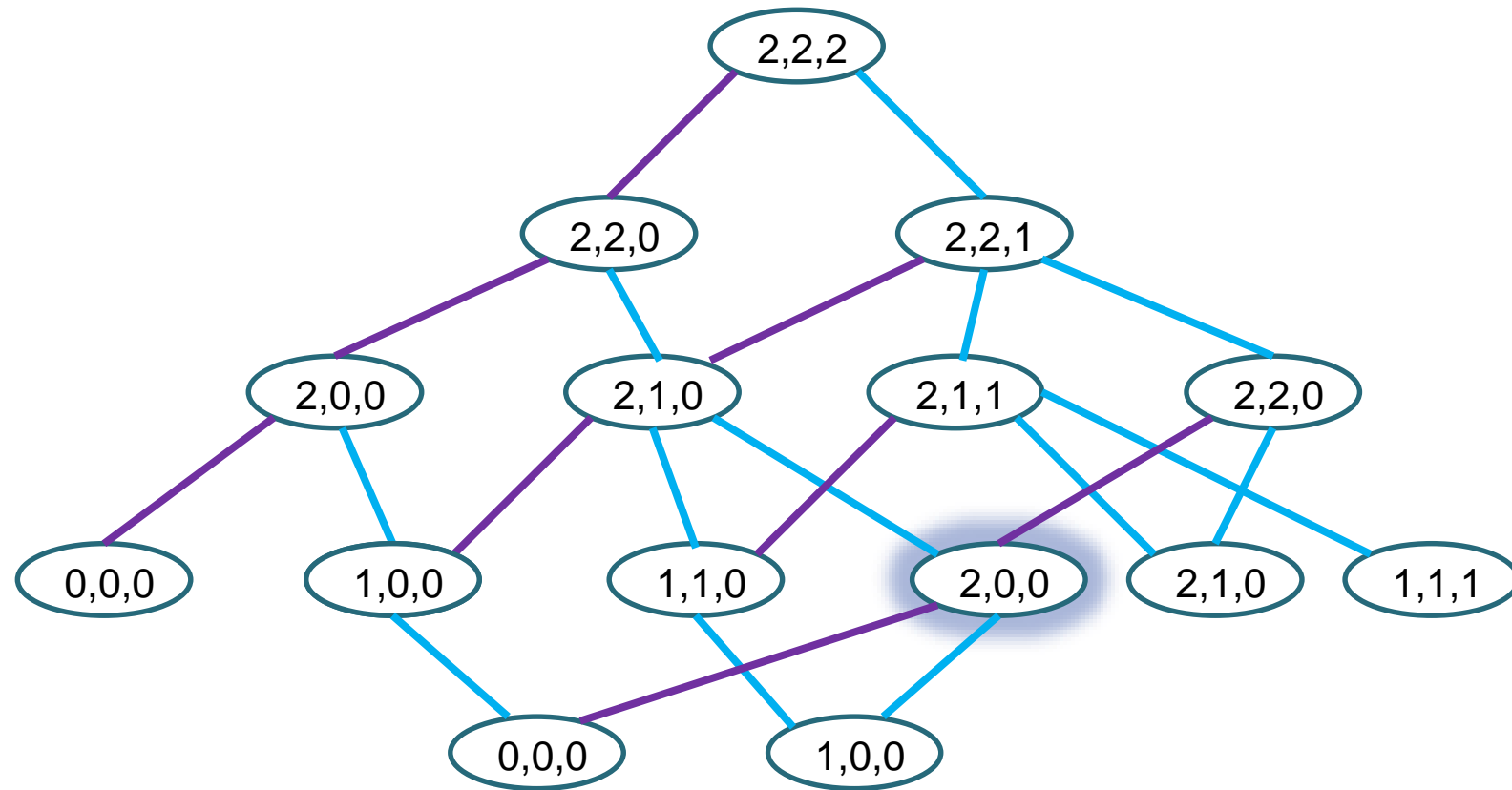
REŠITEV



— vzame dva kamenčka

— vzame en kamenček

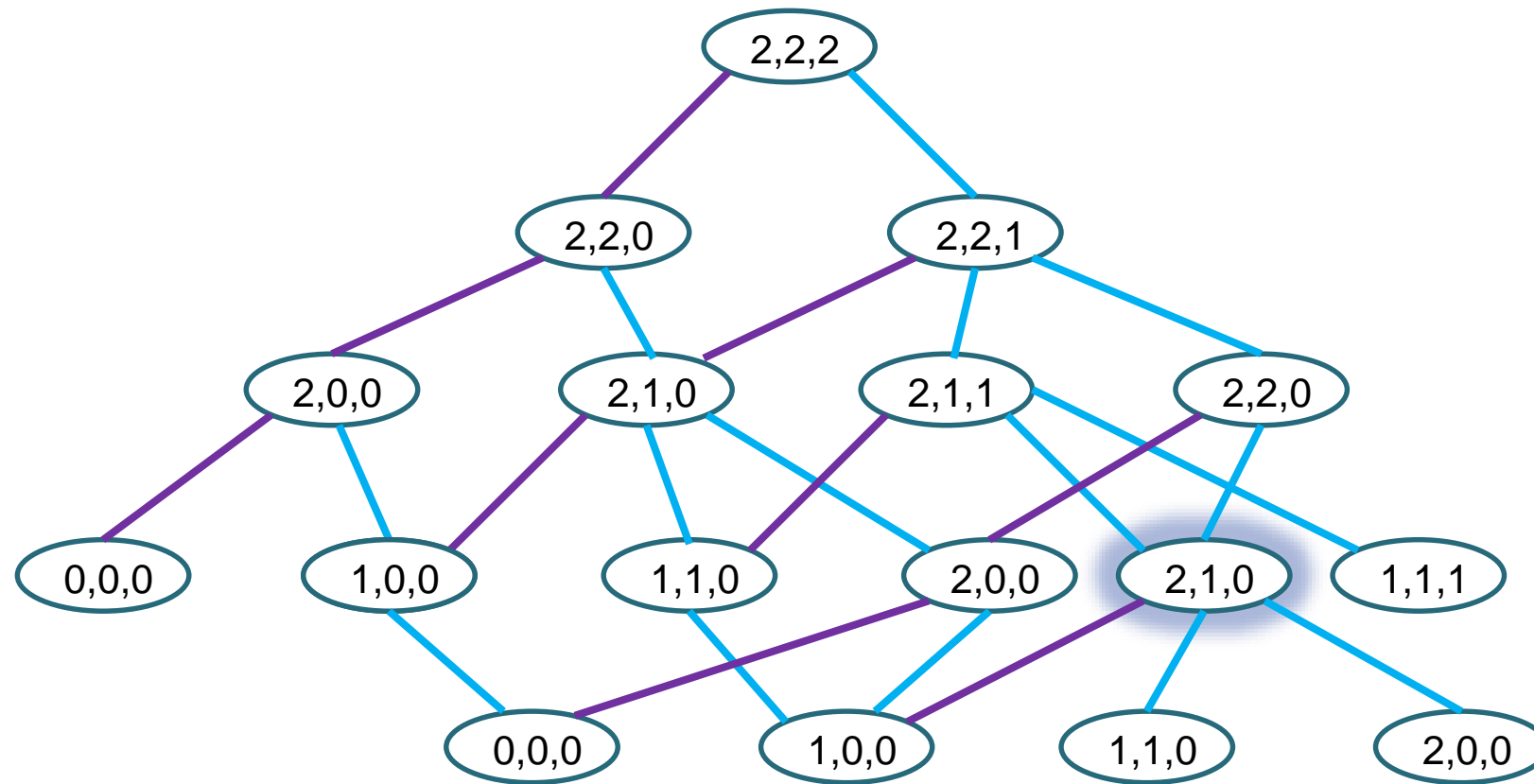
REŠITEV



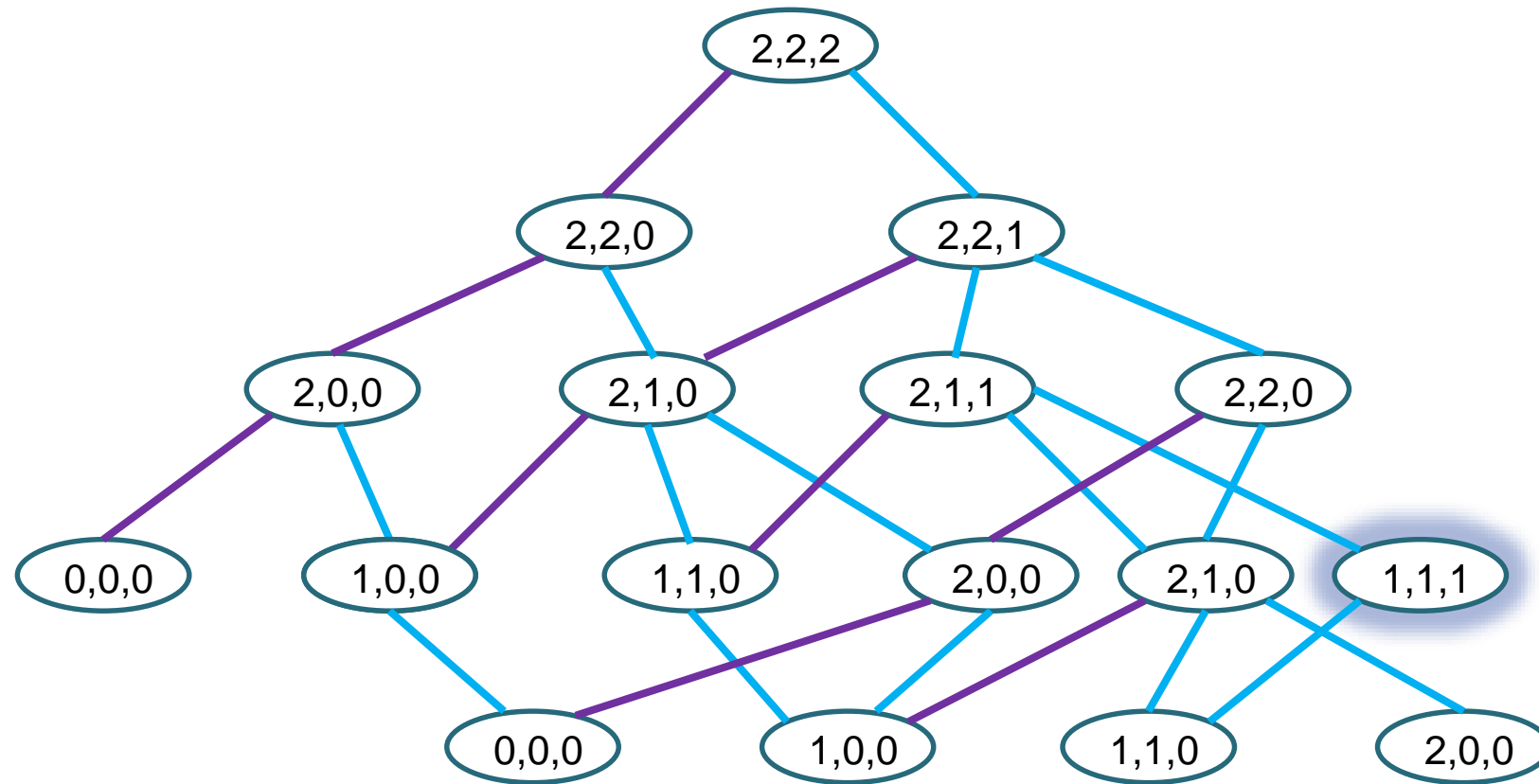
— vzame dva kamenčka

— vzame en kamenček

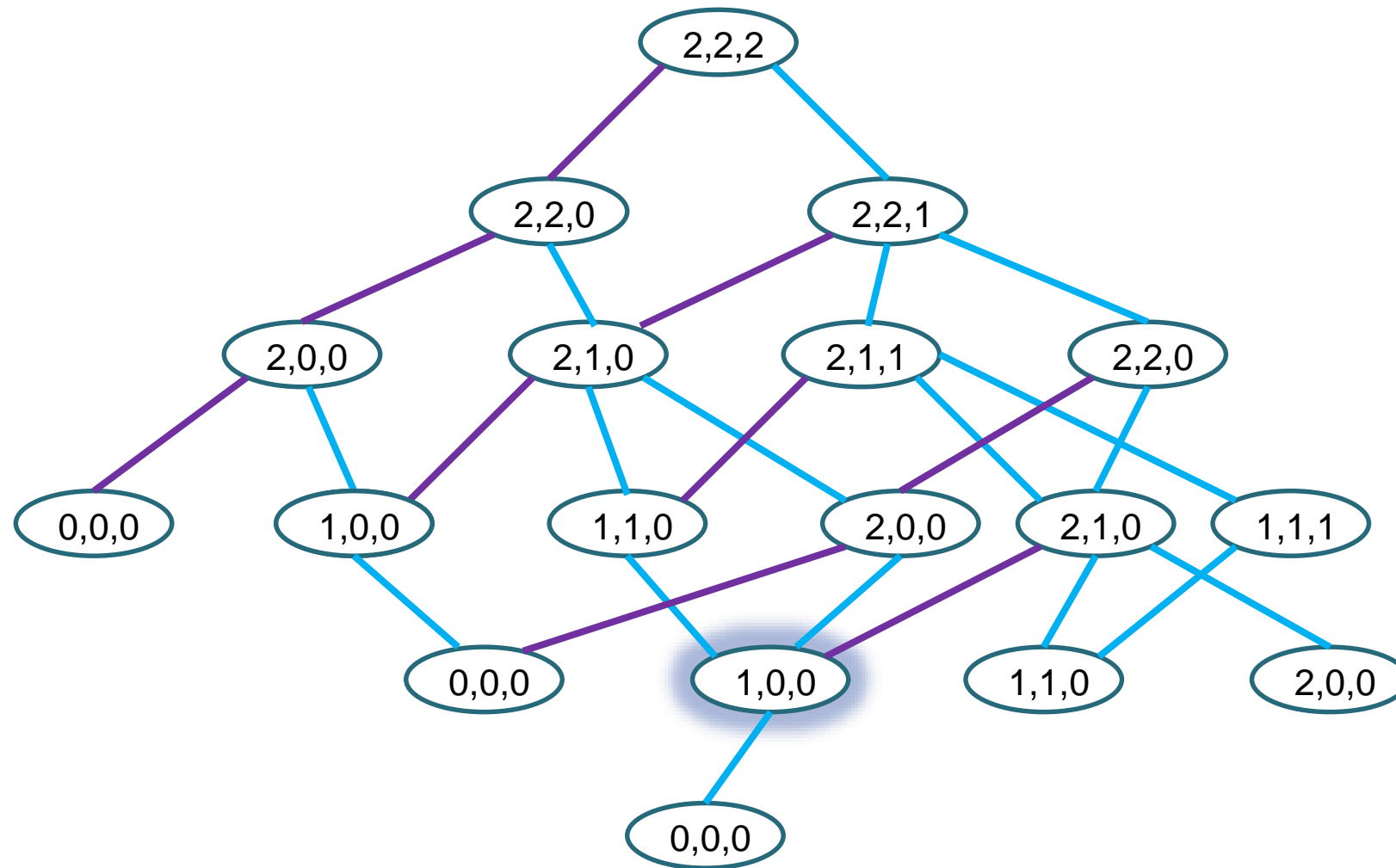
REŠITEV



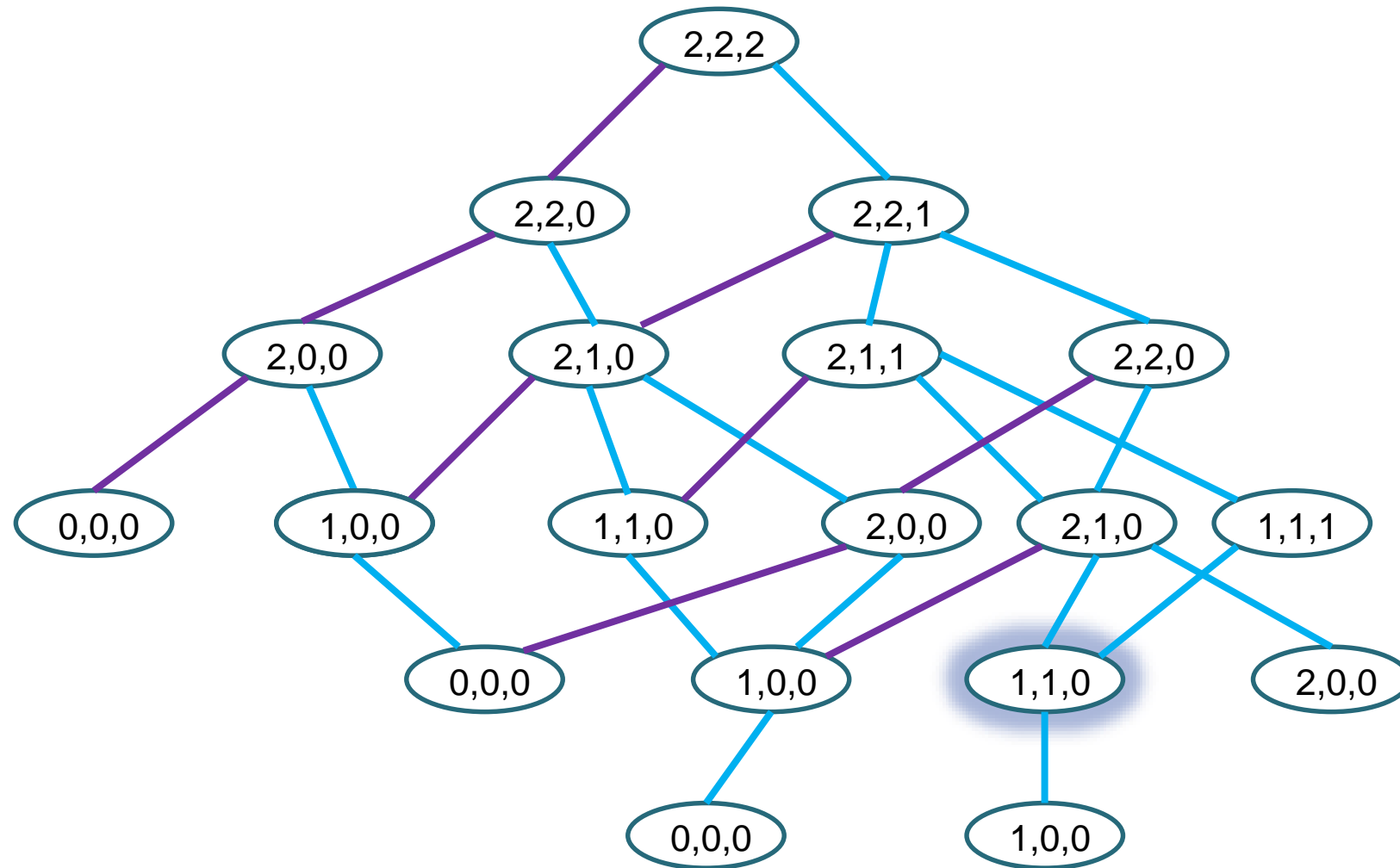
REŠITEV



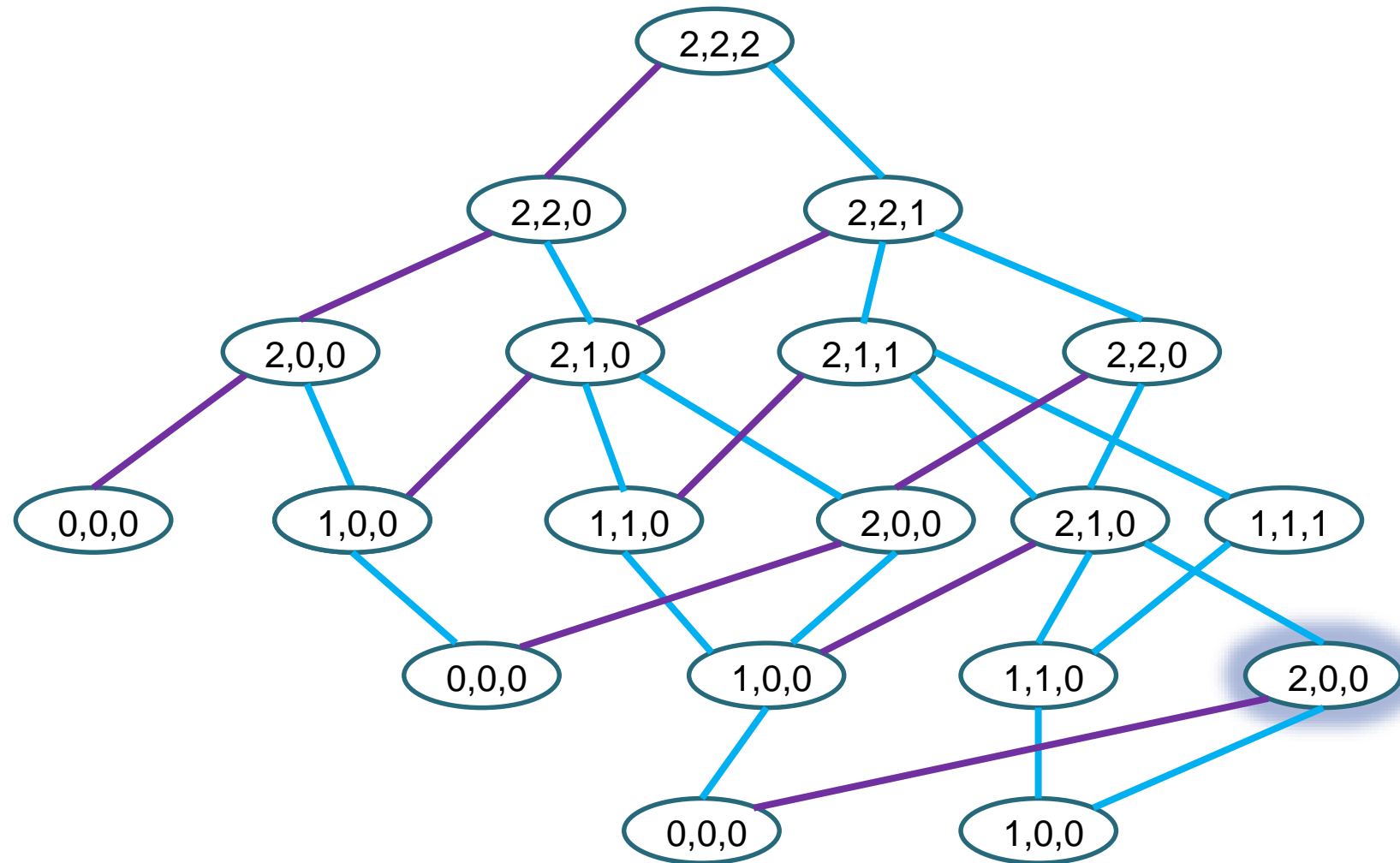
REŠITEV



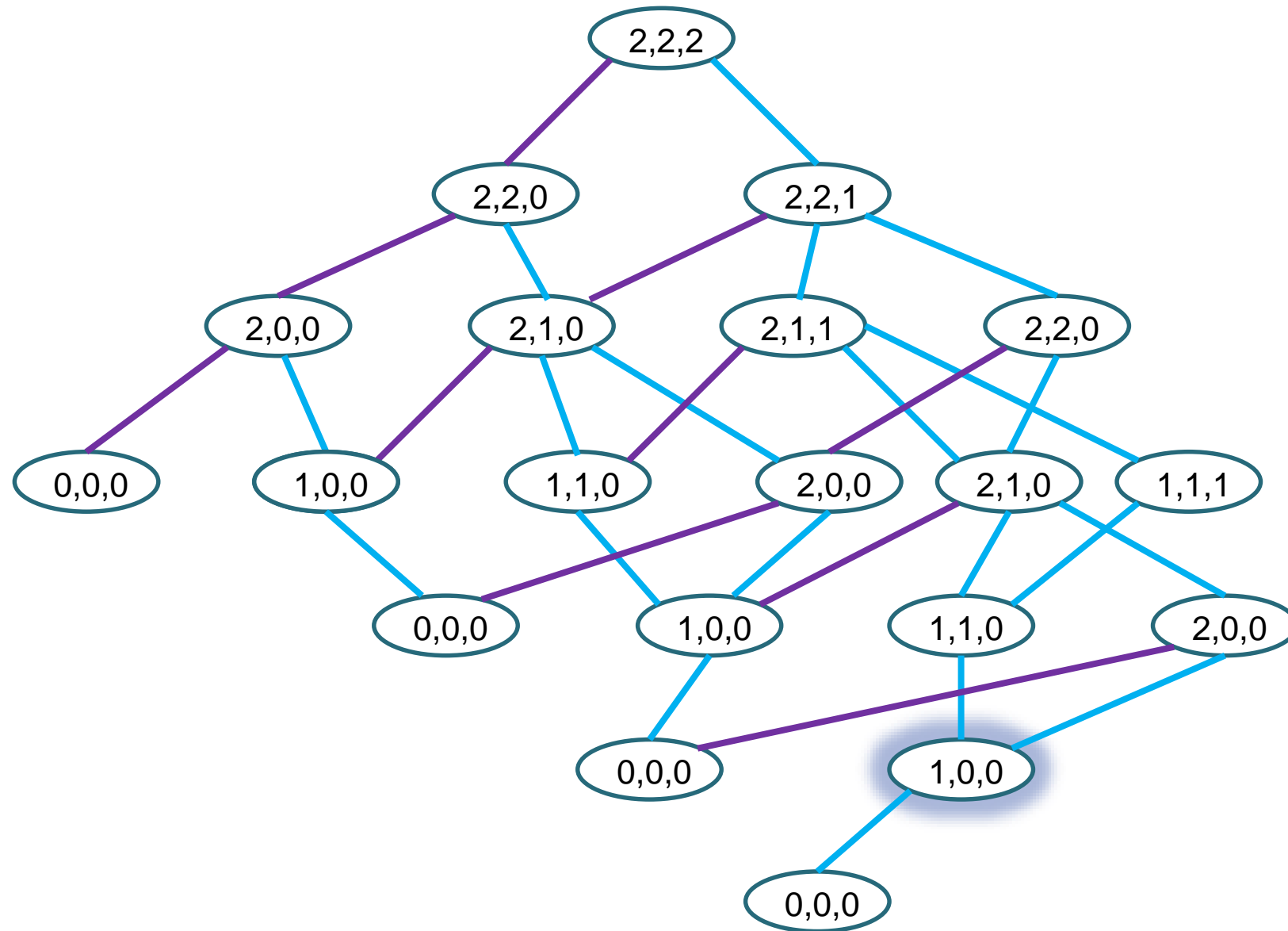
REŠITEV



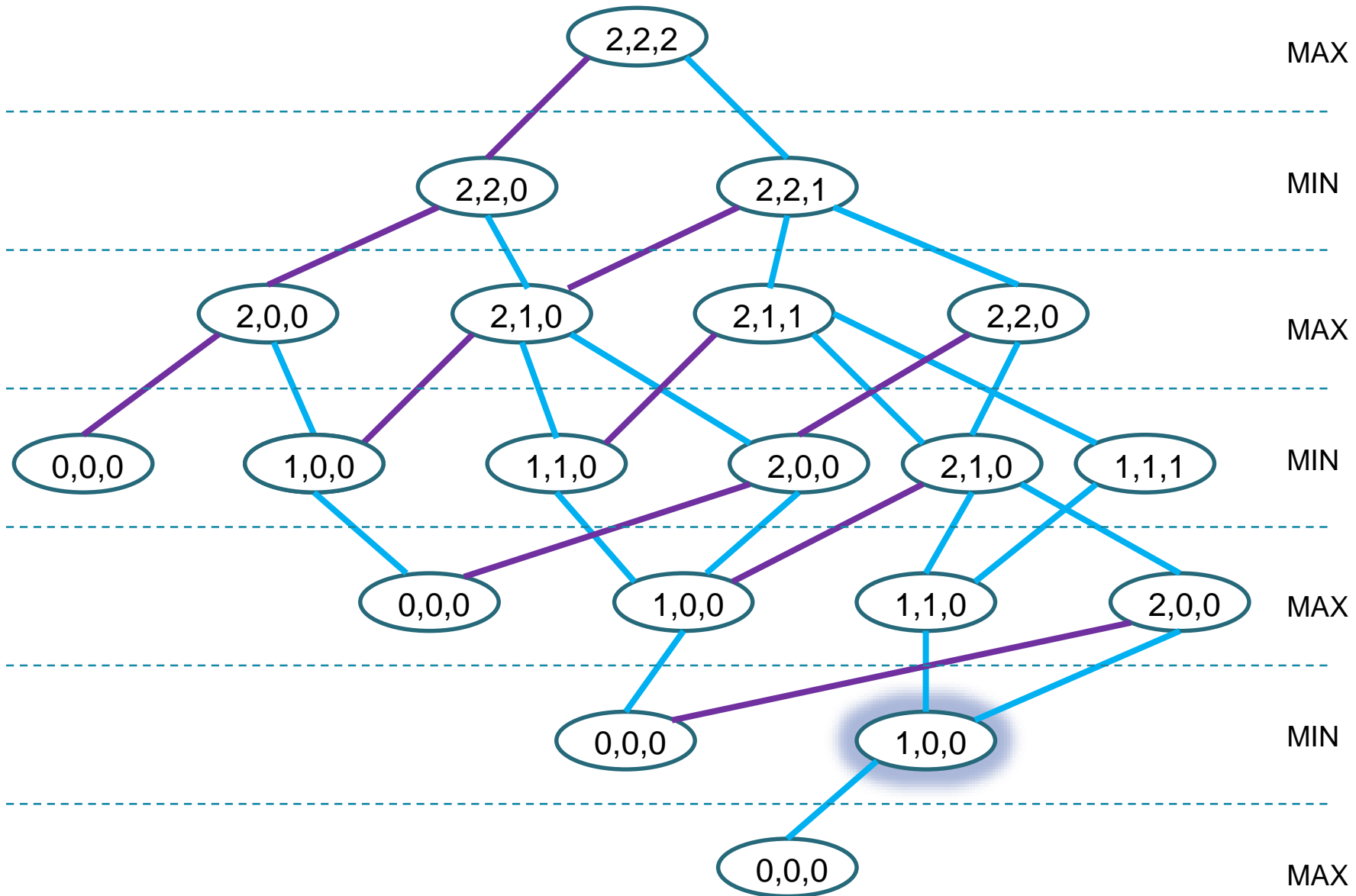
REŠITEV



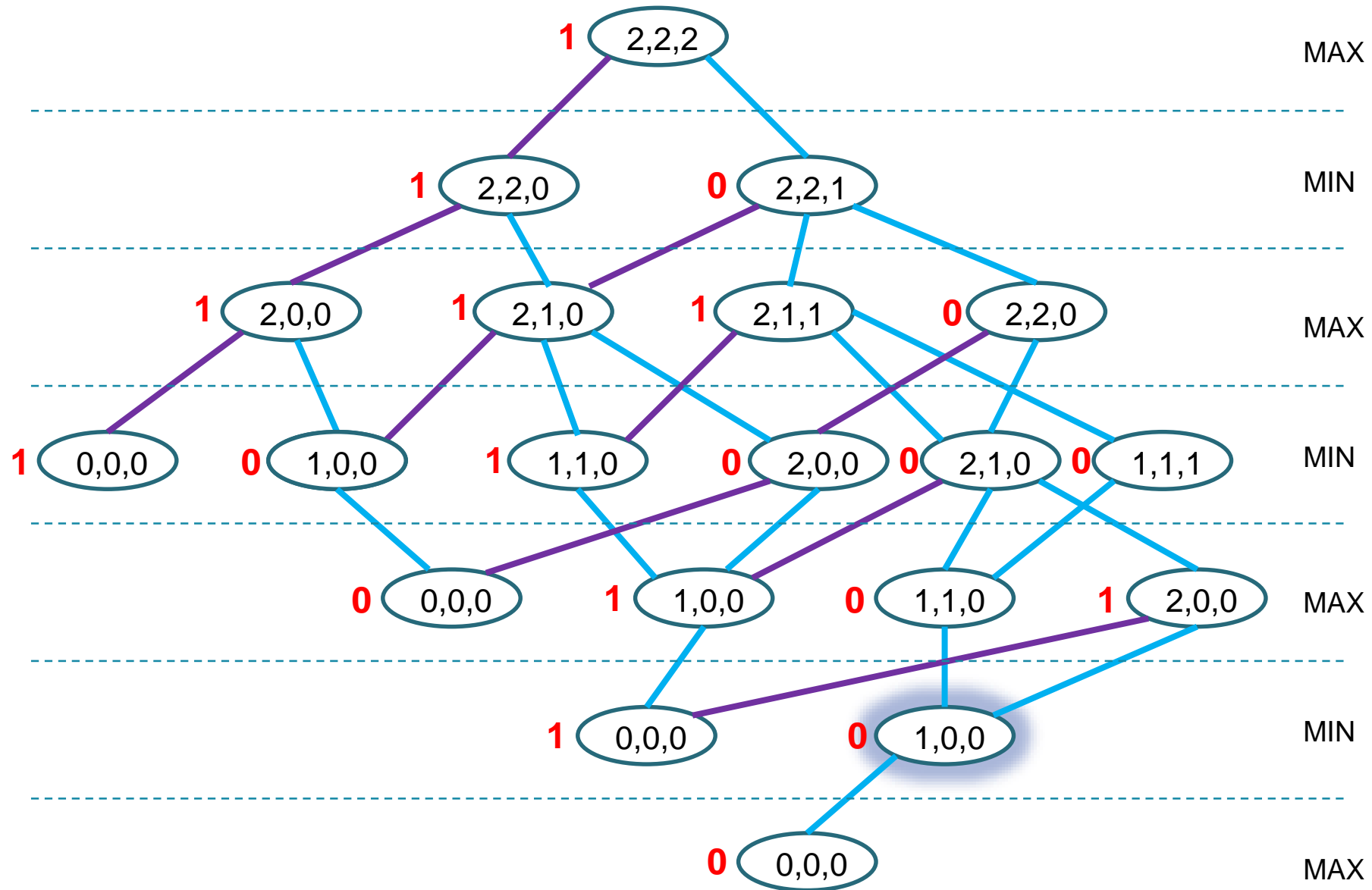
REŠITEV



REŠITEV



REŠITEV



REZANJE ALFA-BETA

Minimaks preišče vsa vozlišča do globine n in ocene propagira navzgor.

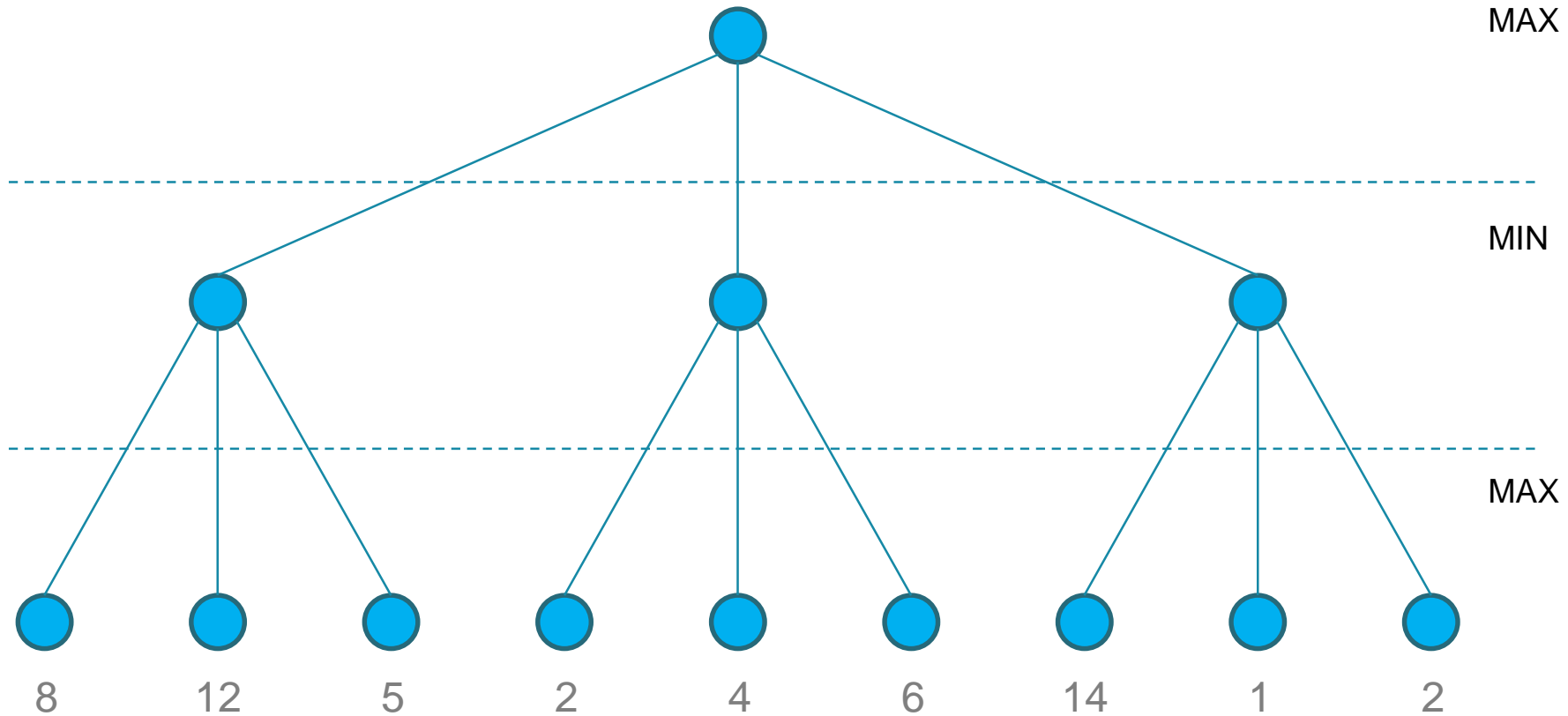
Številna poddrevesa so lahko neobetavna, zato jih ni potrebno preiskati.

Ideja rezanja $\alpha\beta$:

- preiskujmo v globino,
- za vozlišča **MAX** naj α predstavlja najboljšo doslej najdeno vrednost,
- za vozlišča **MIN** naj β predstavlja najslabšo vrednost doslej,
- **odrežemo naslednike** vozlišča **MIN** z vrednostjo $\beta \leq \alpha$ njegovega predhodnika **MAX**,
- **odrežemo naslednike** vozlišča **MAX** z vrednostjo $\alpha \geq \beta$ njegovega predhodnika **MIN**.

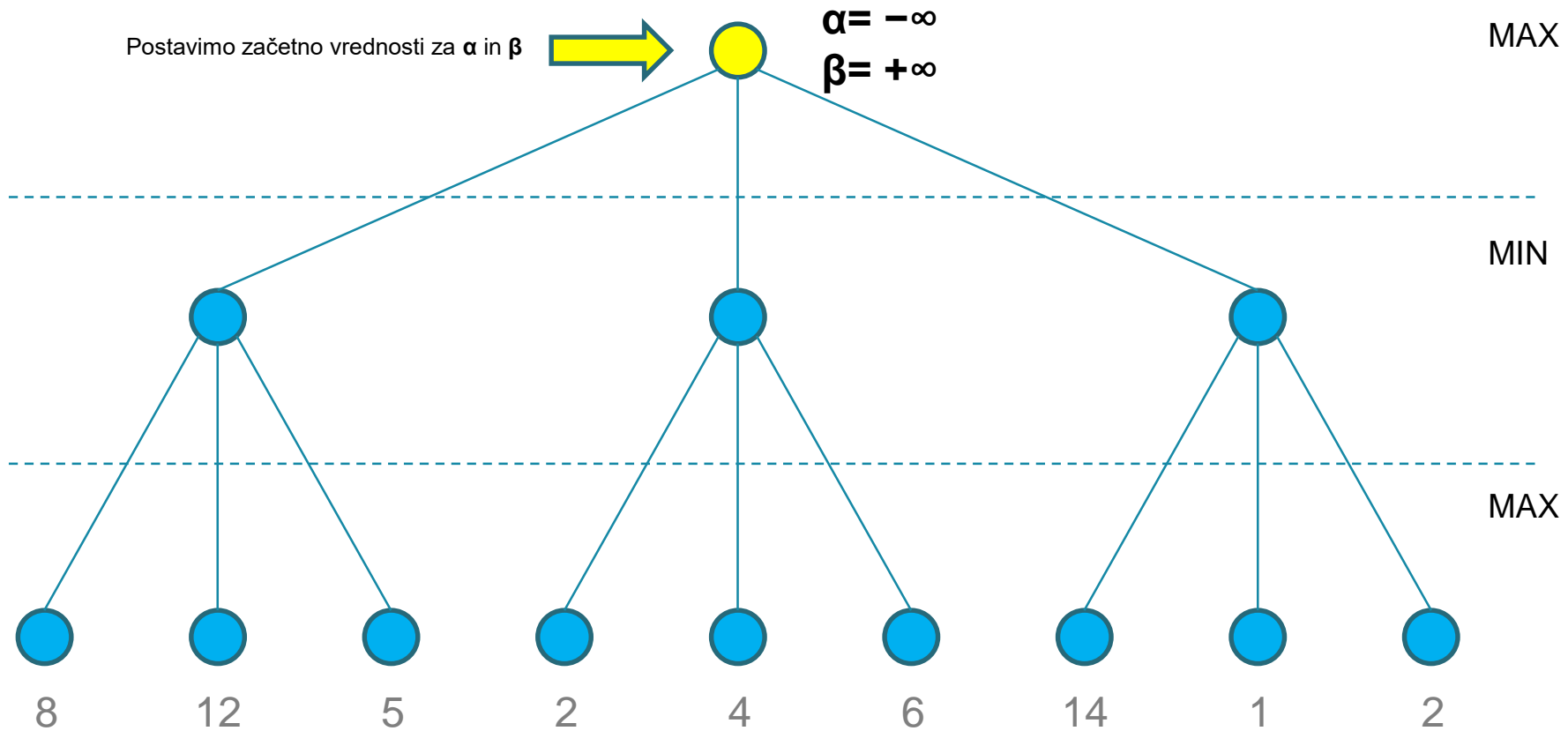
PRIMER (1/20)

Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



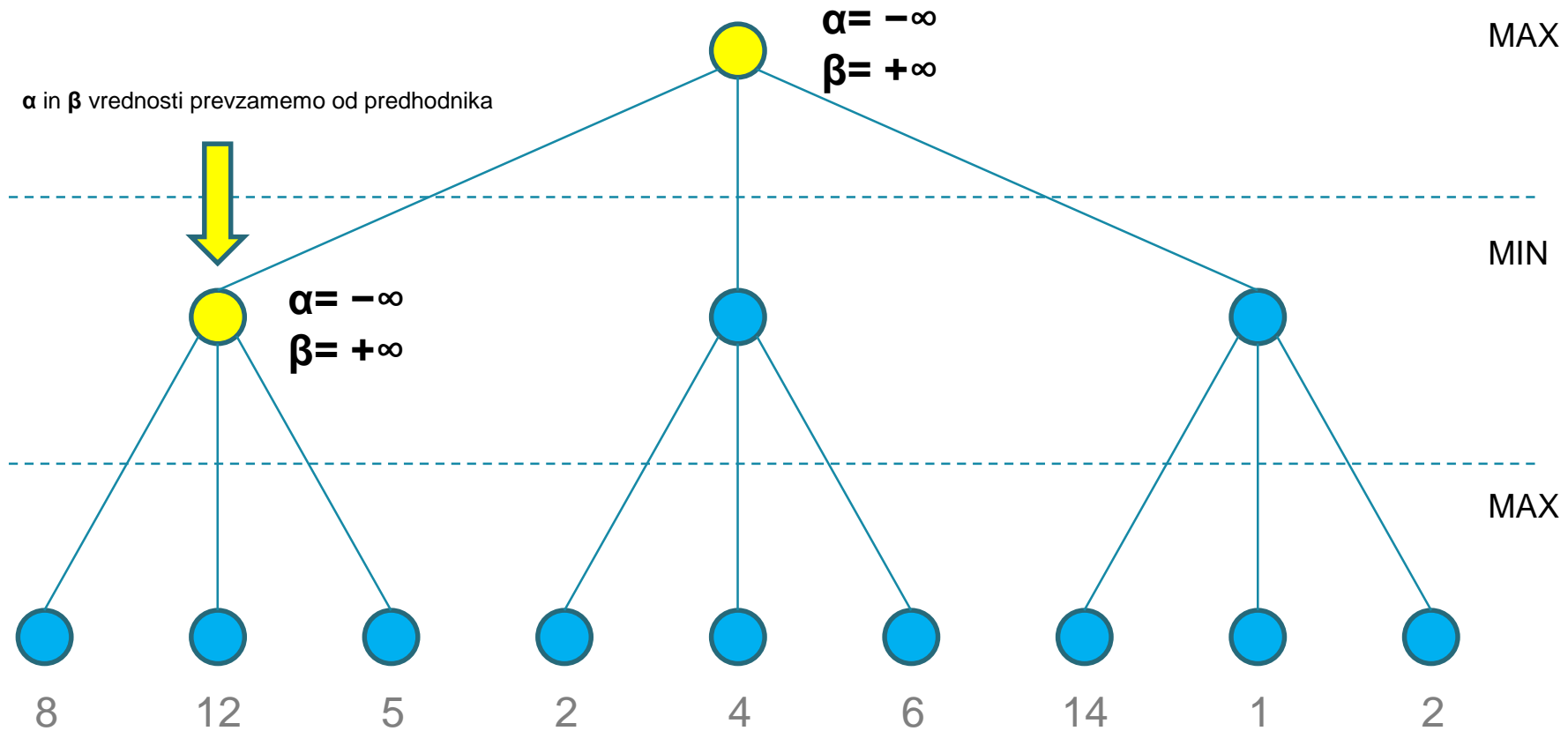
PRIMER (2/20)

Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



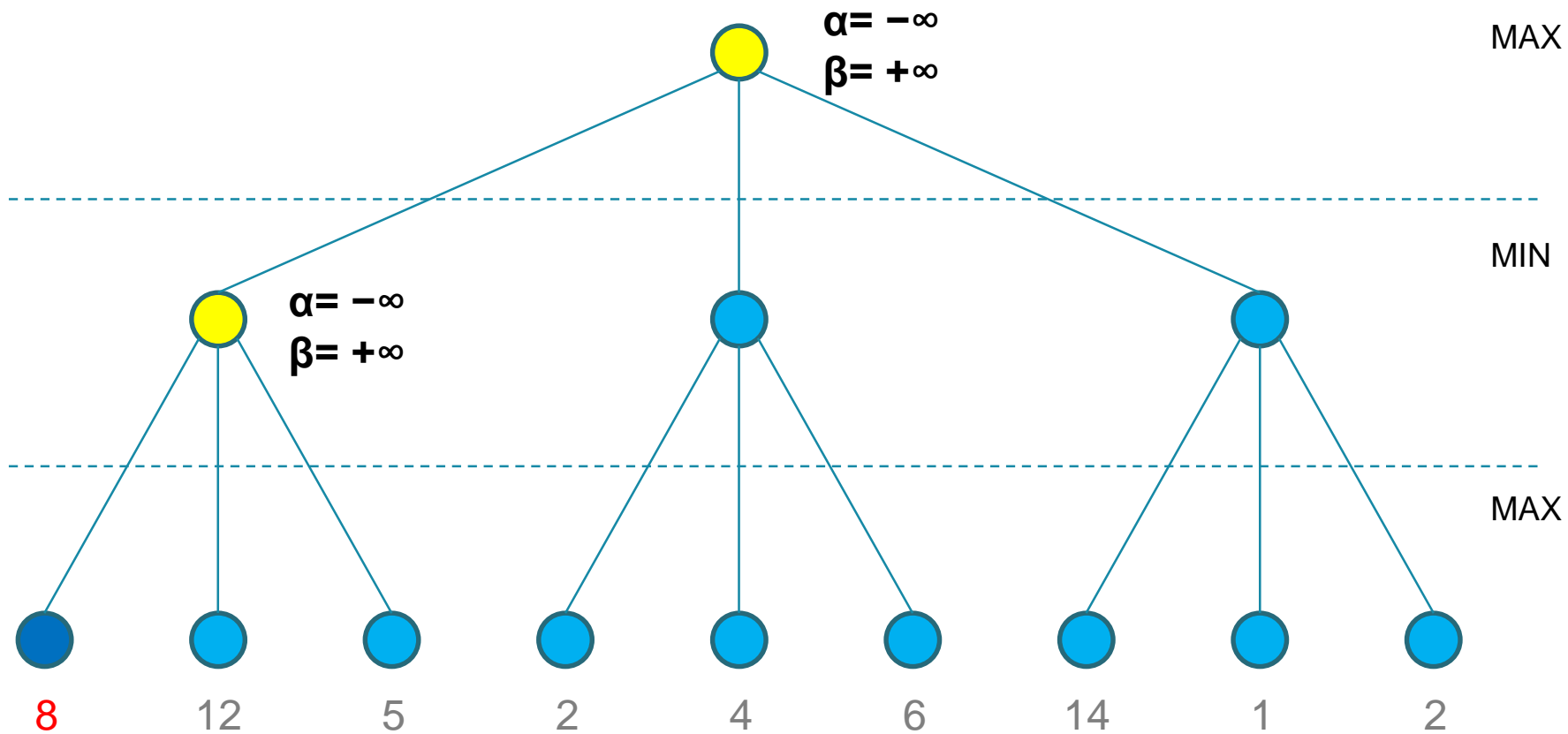
PRIMER (3/20)

Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER (4/20)

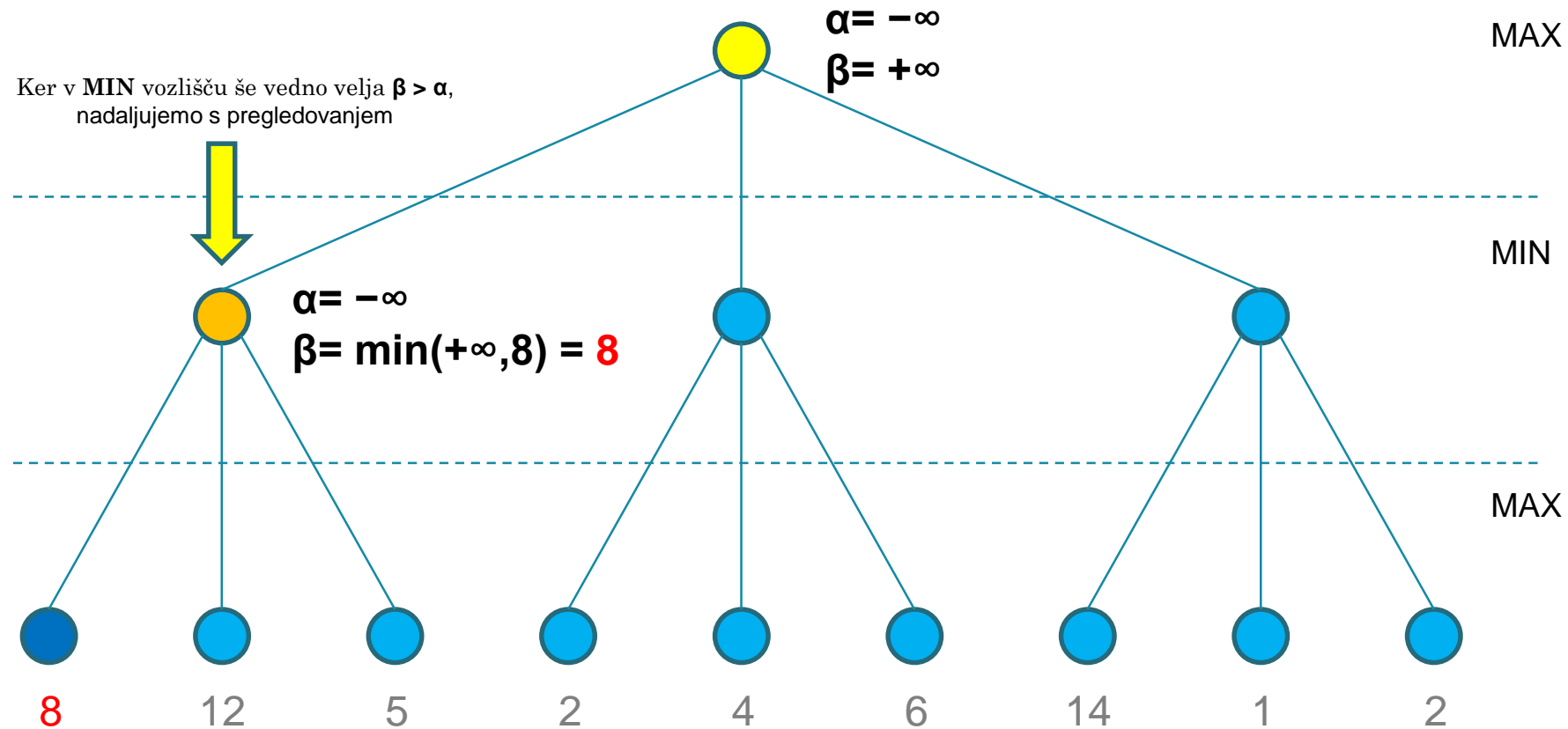
Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER (5/20)

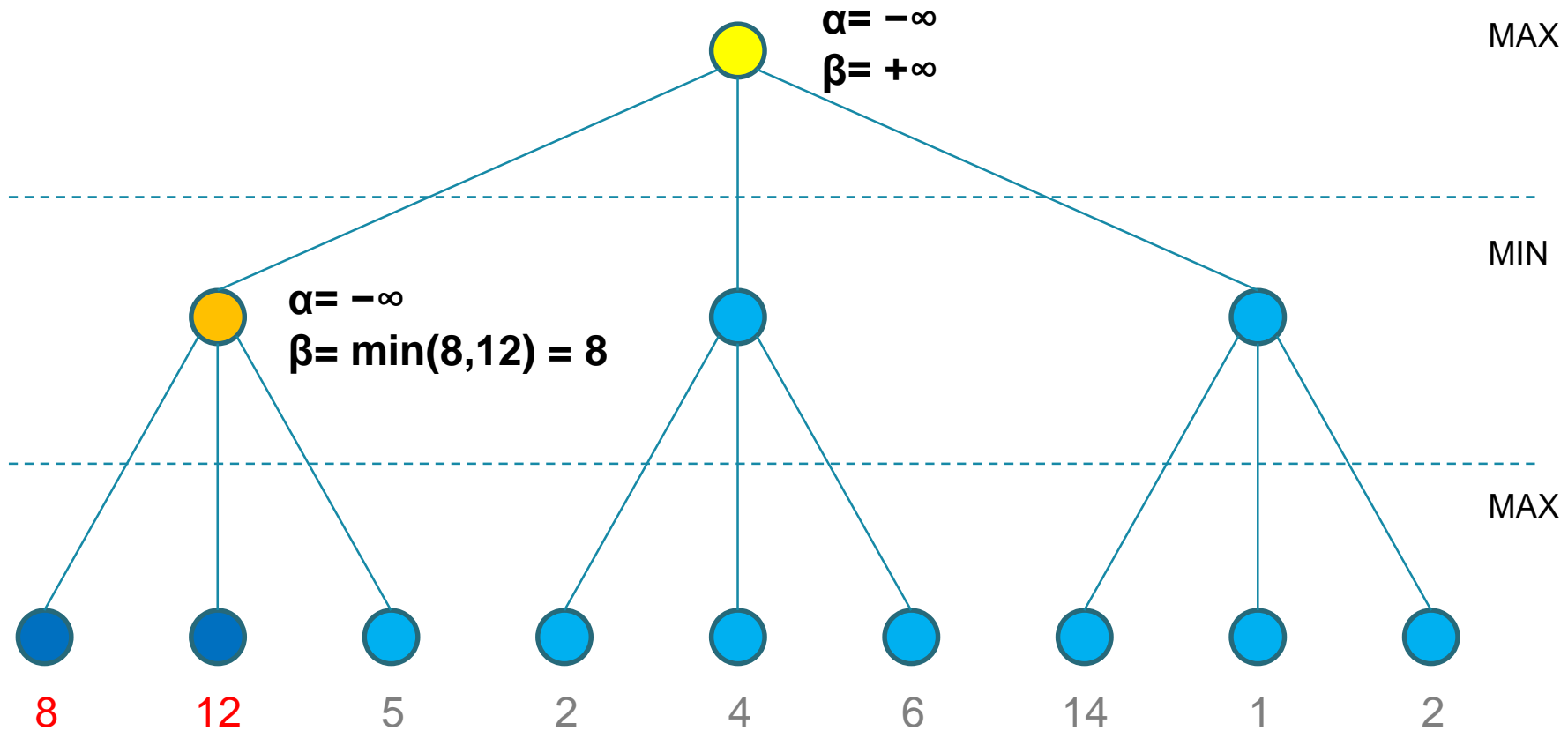
Podan je hipotetični prostor stanj.

Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



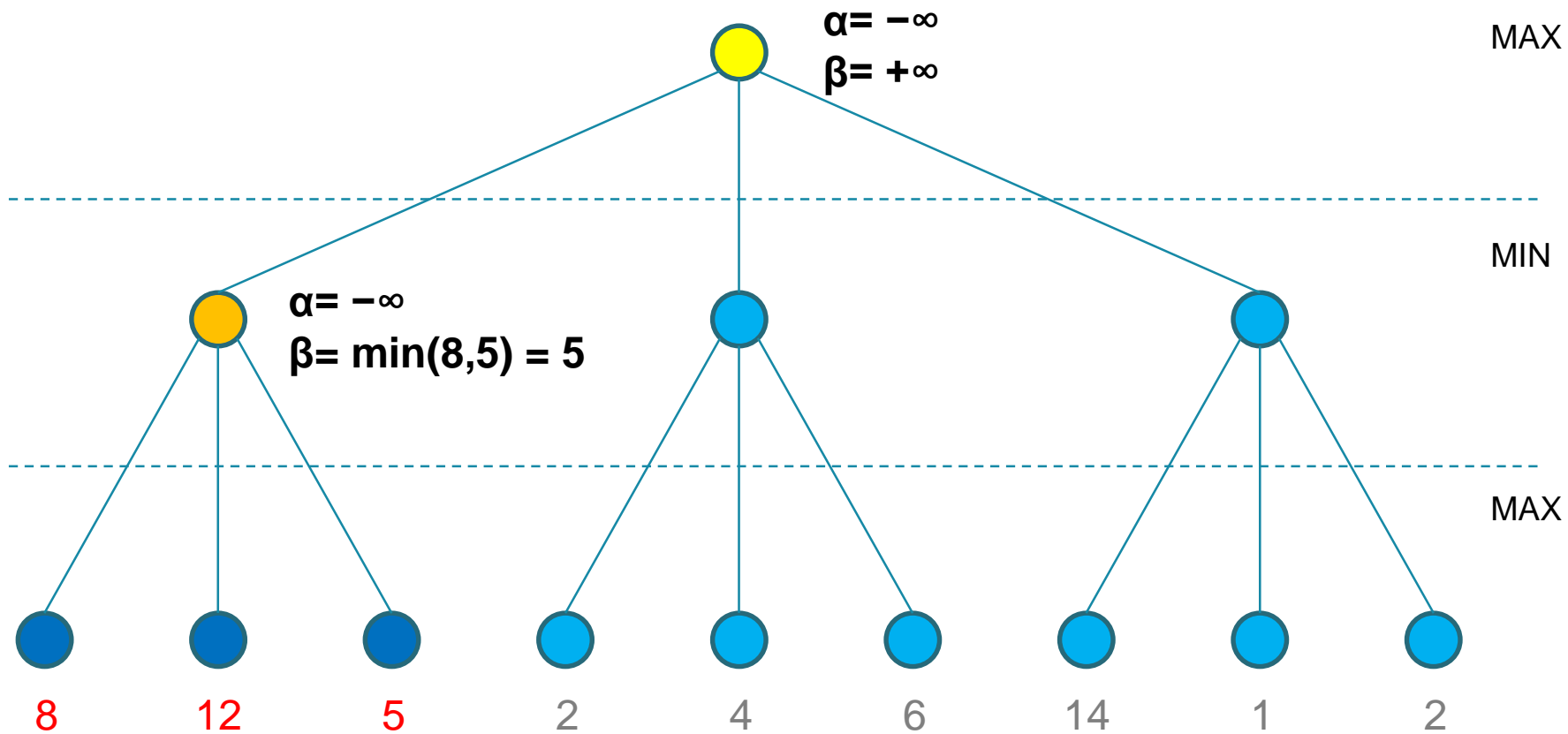
PRIMER (6/20)

Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



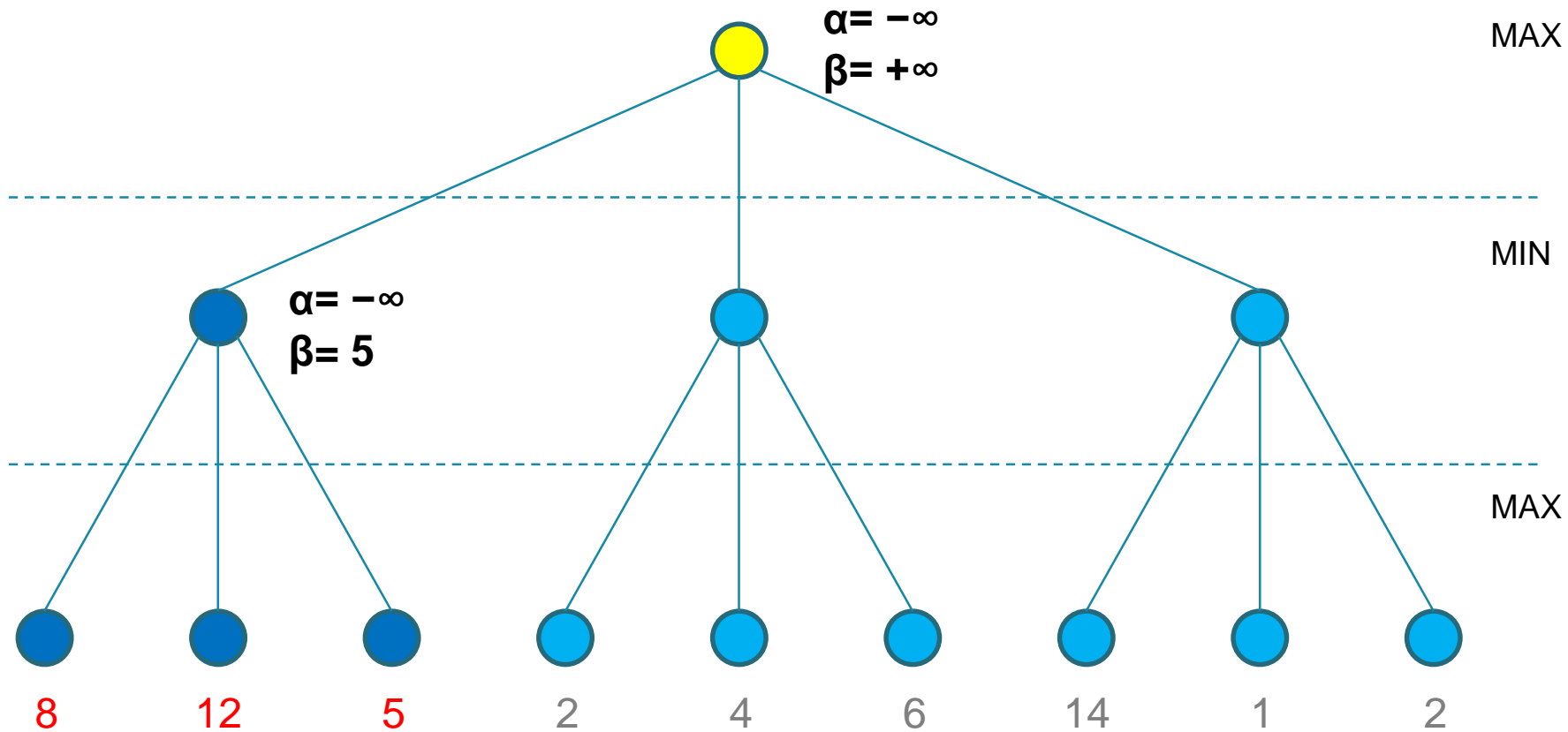
PRIMER (7/20)

Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



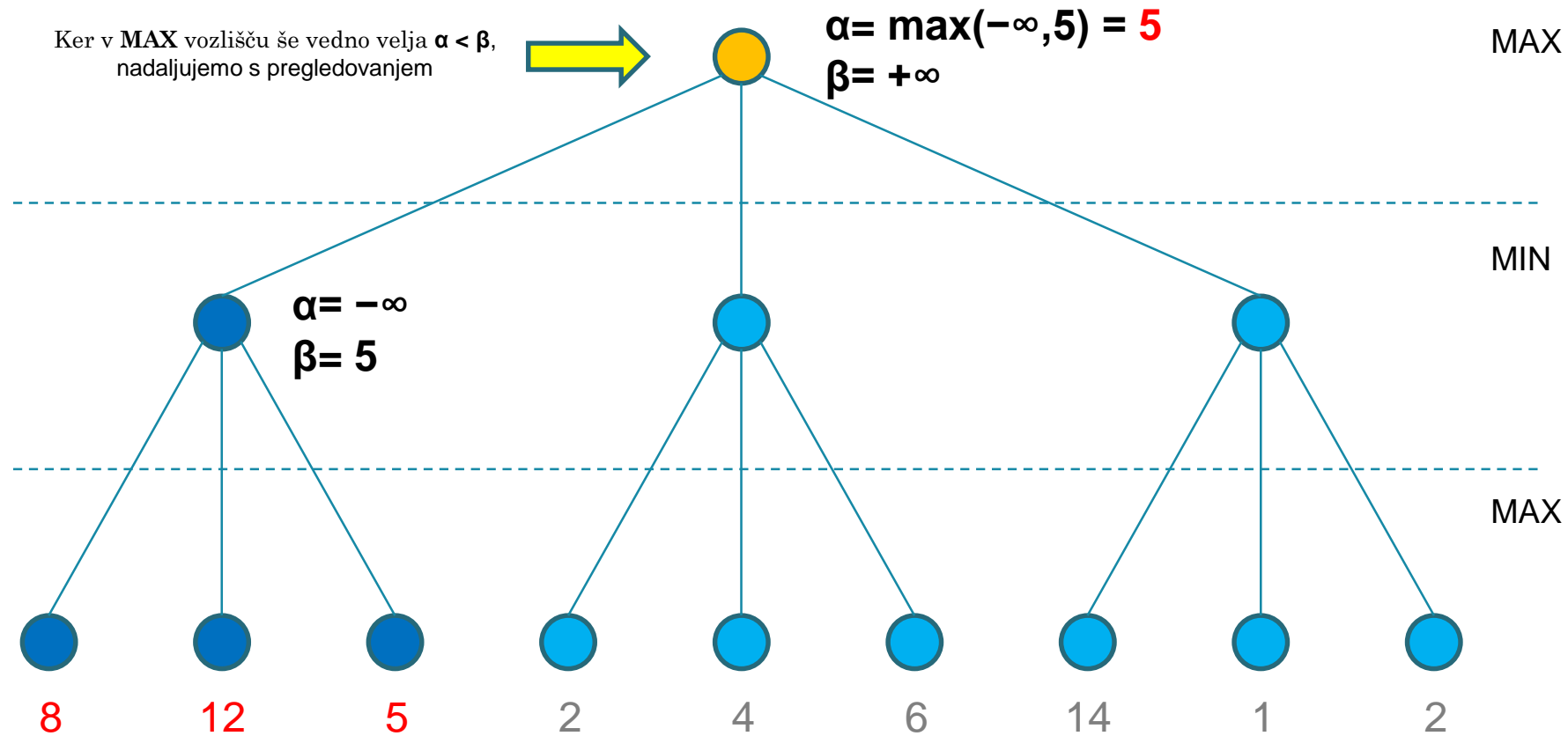
PRIMER (8/20)

Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



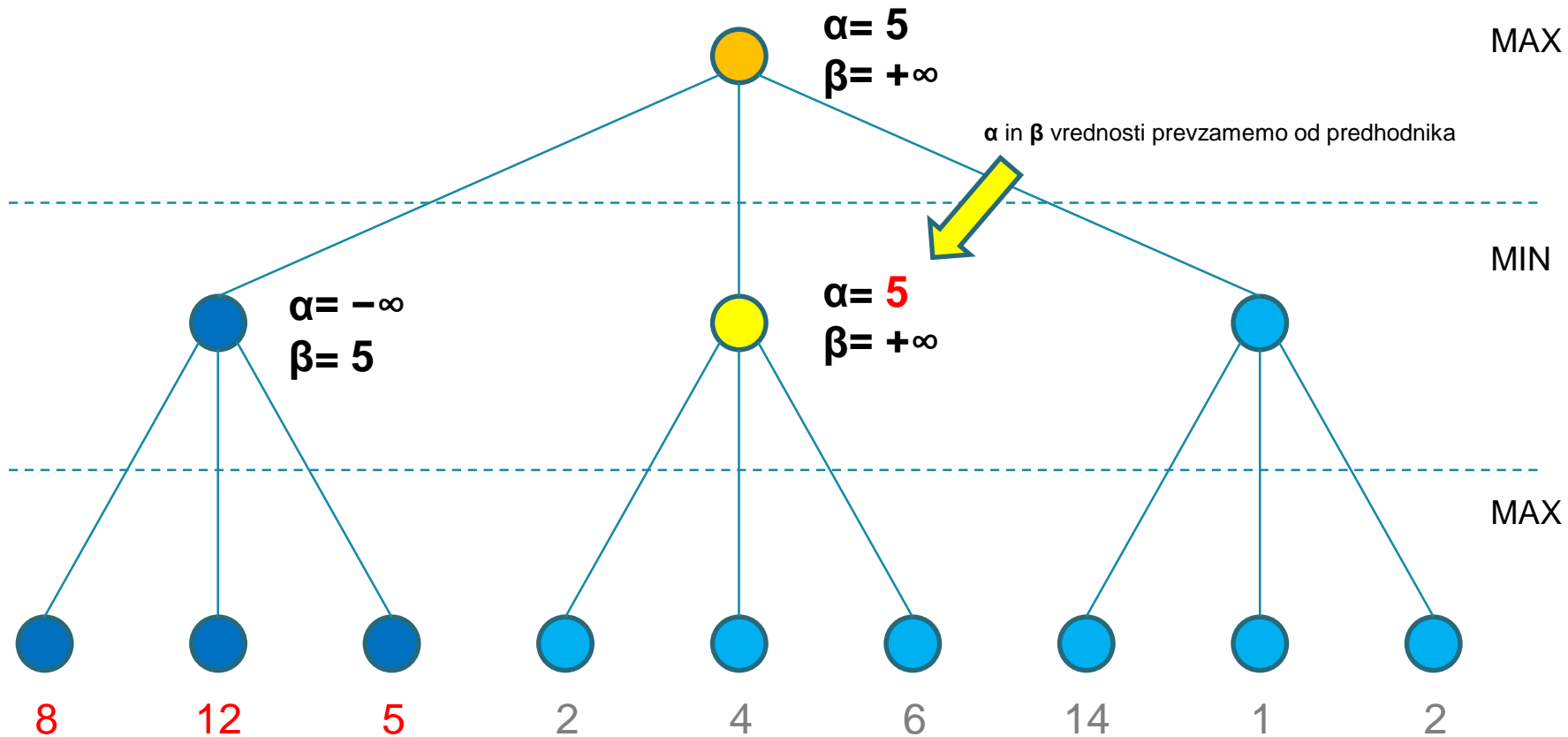
PRIMER (9/20)

Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



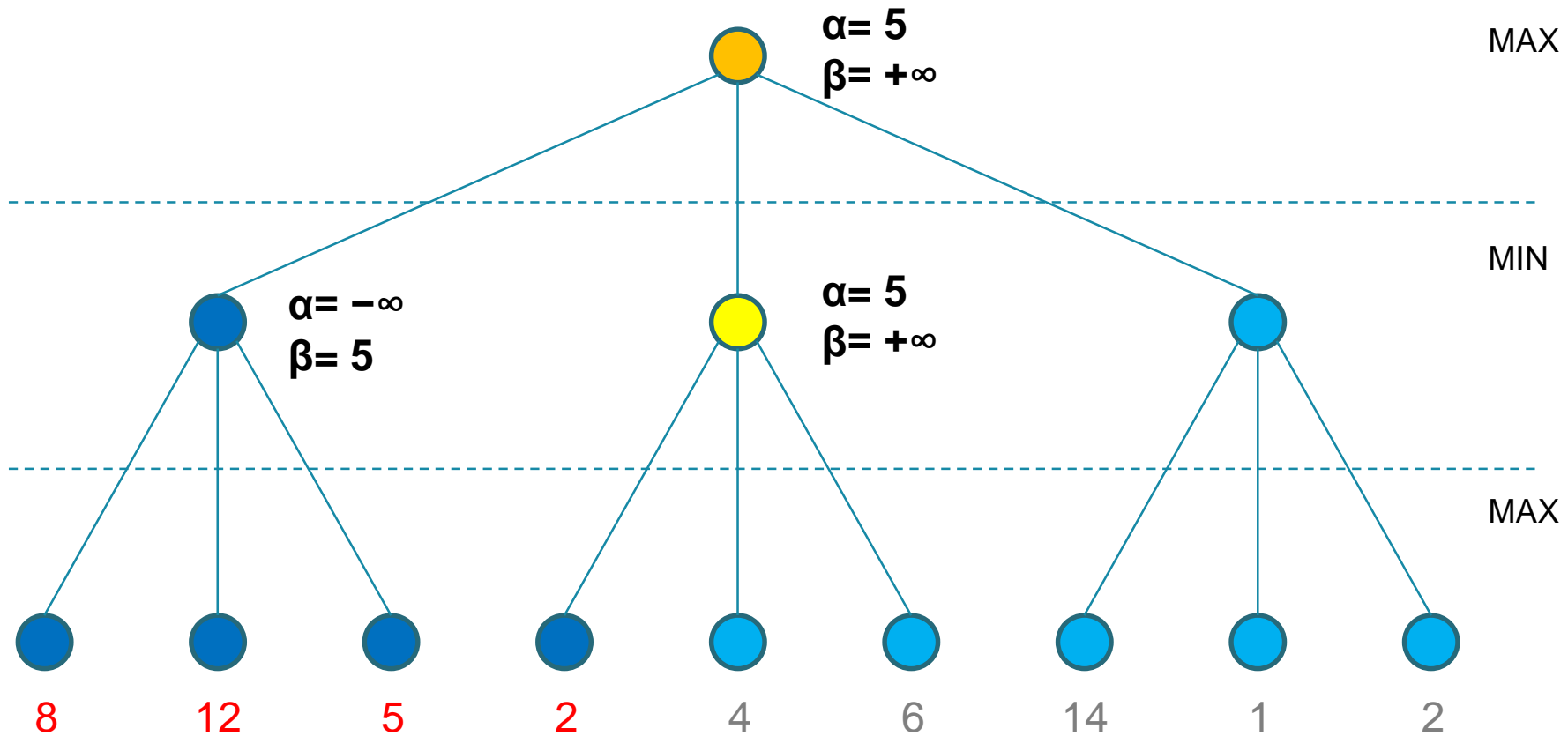
PRIMER (10/20)

Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER (11/20)

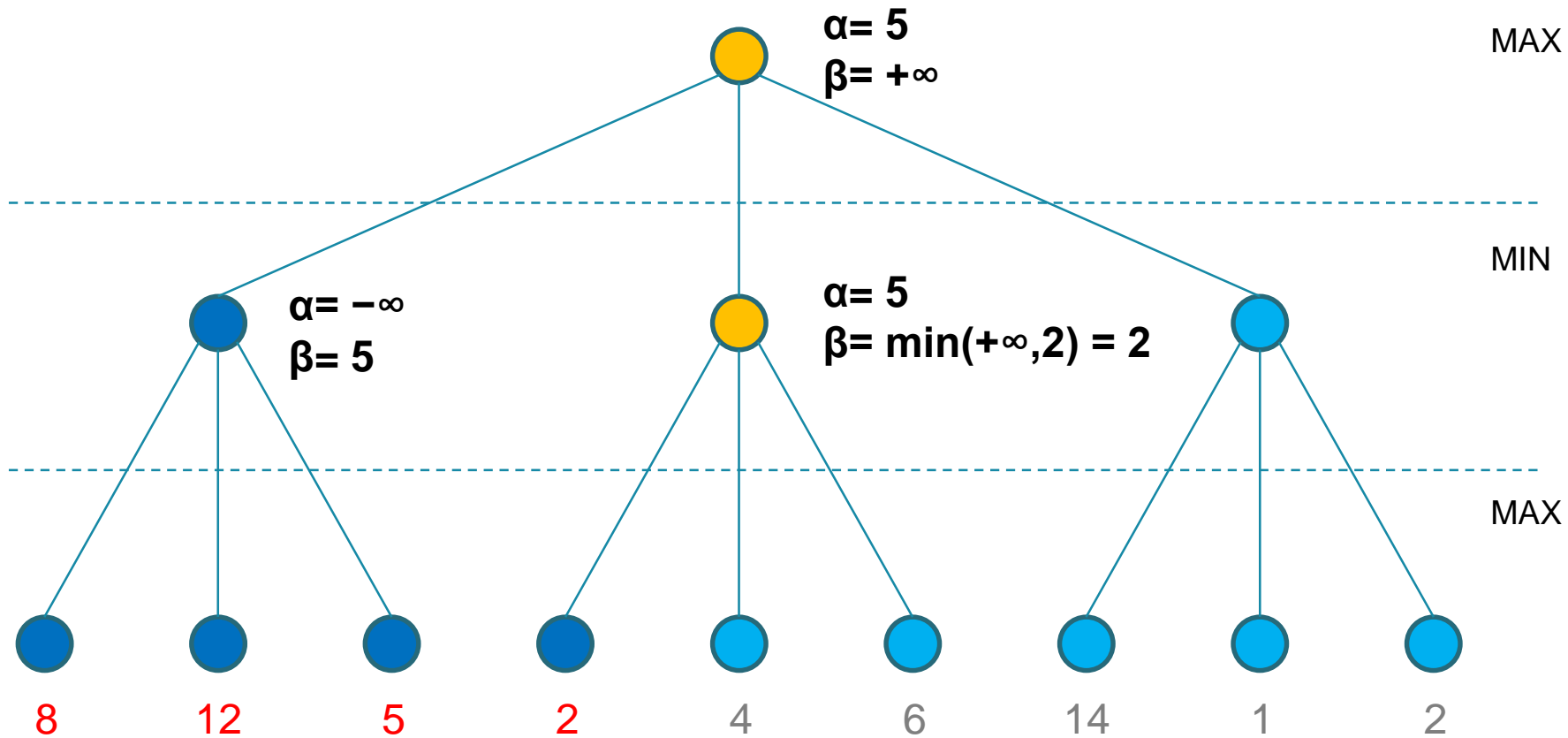
Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER (12/20)

Podan je hipotetični prostor stanj.

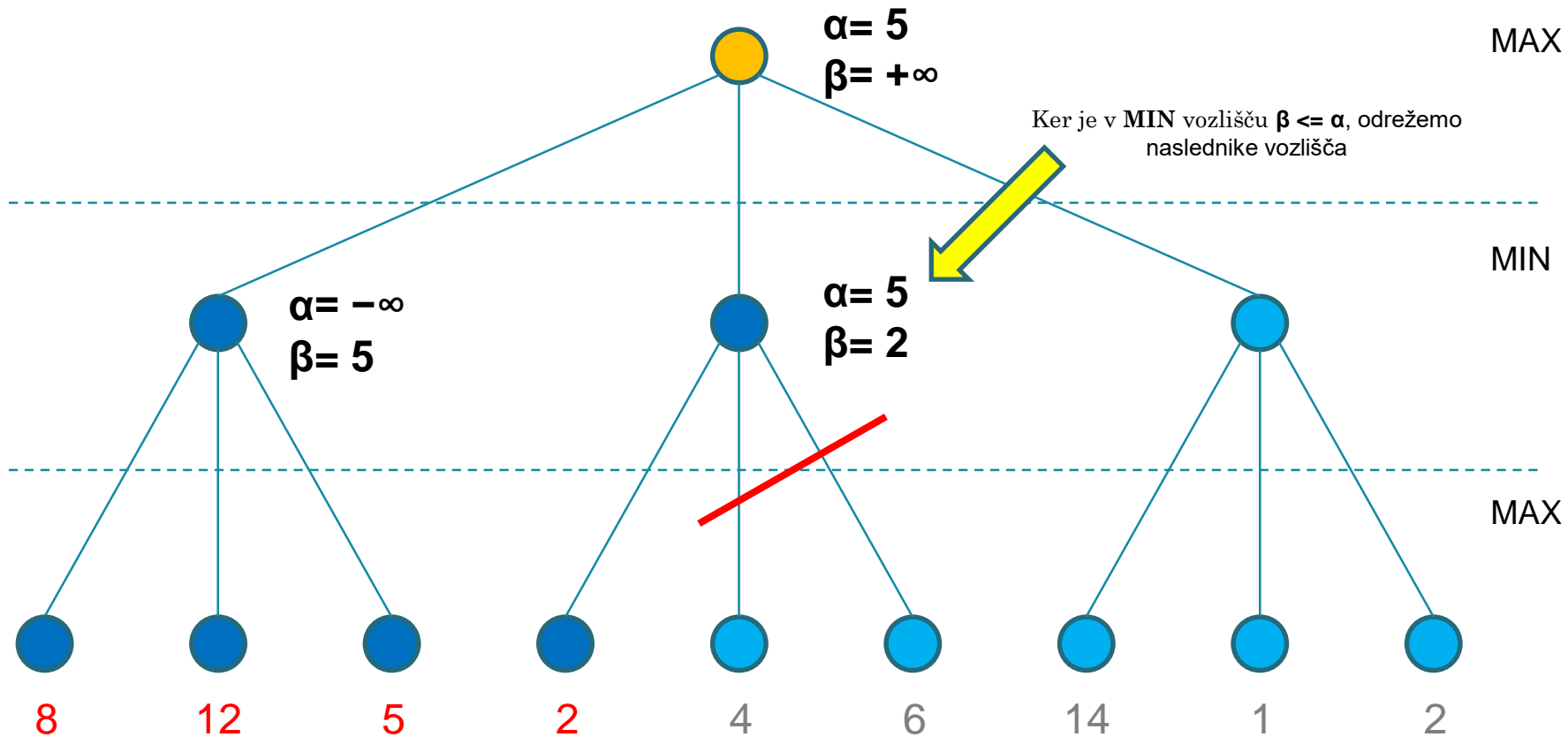
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER (13/20)

Podan je hipotetični prostor stanj.

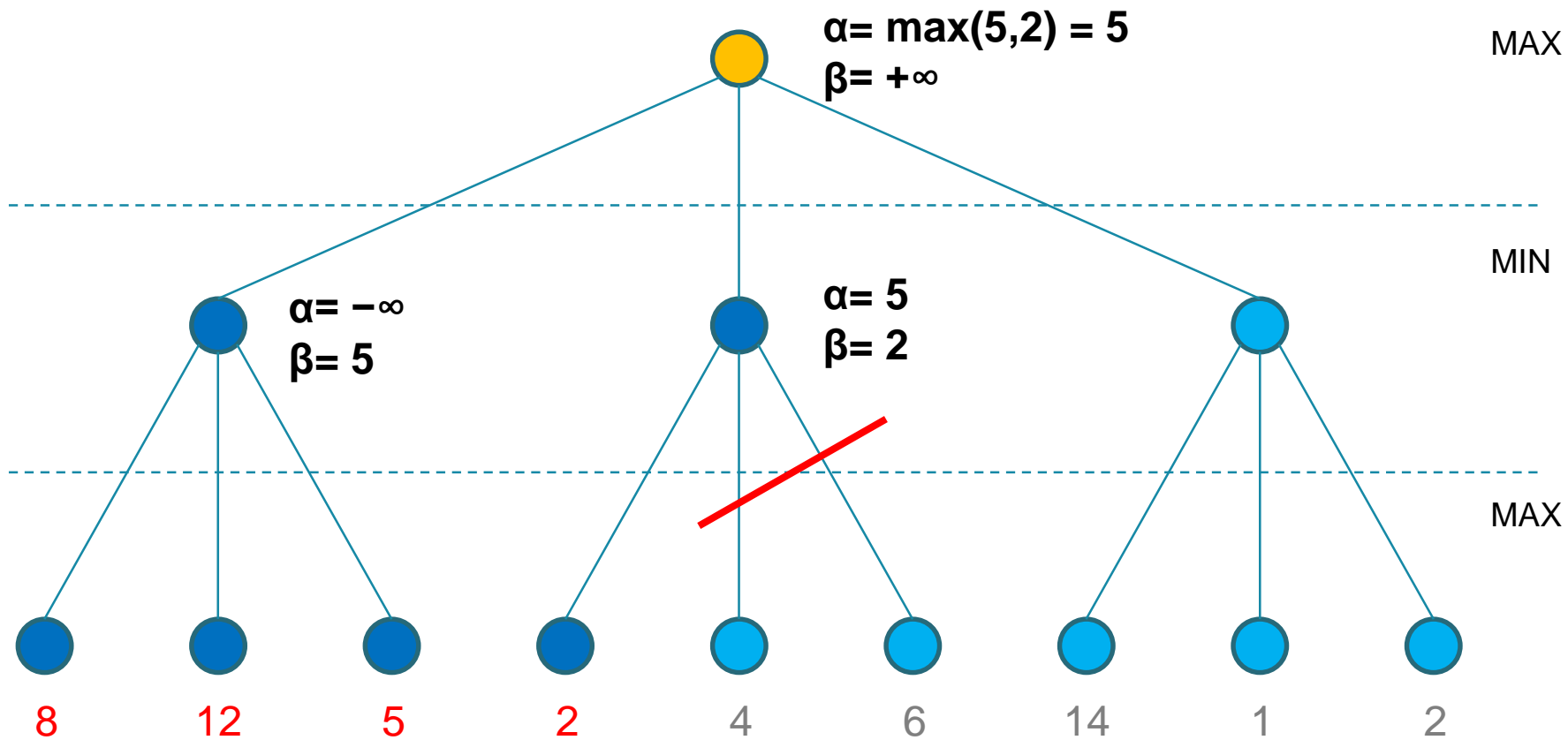
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER (14/20)

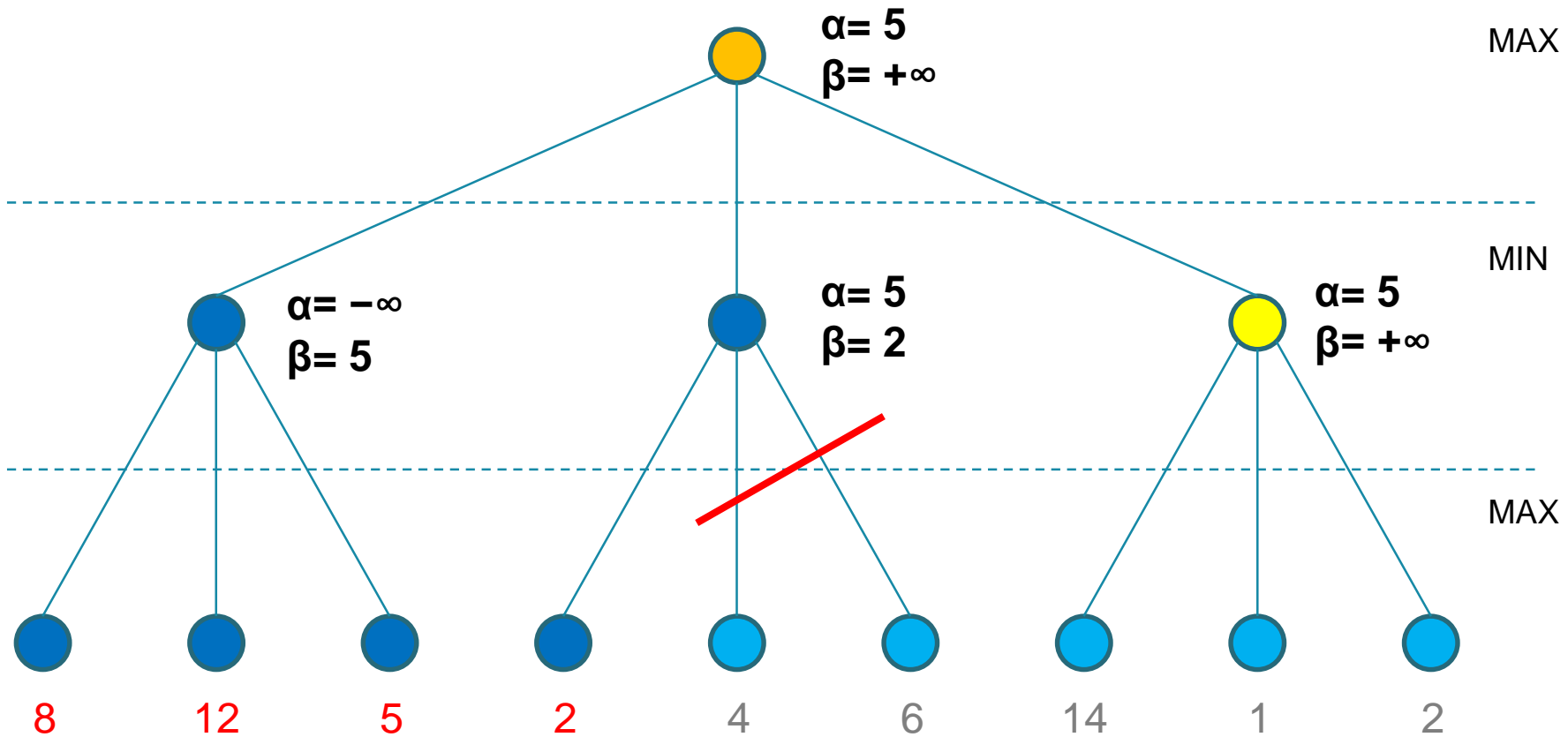
Podan je hipotetični prostor stanj.

Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER (15/20)

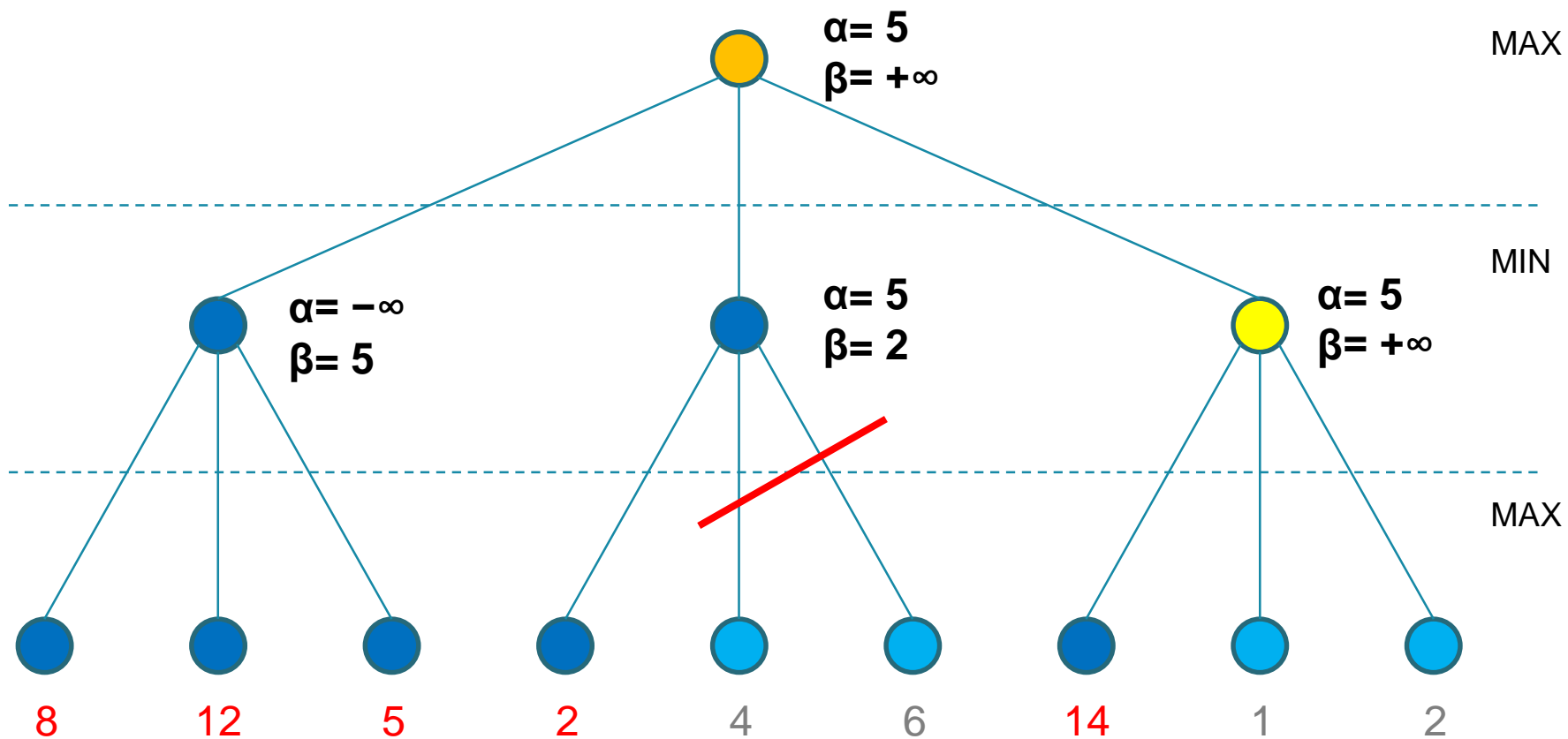
Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER (16/20)

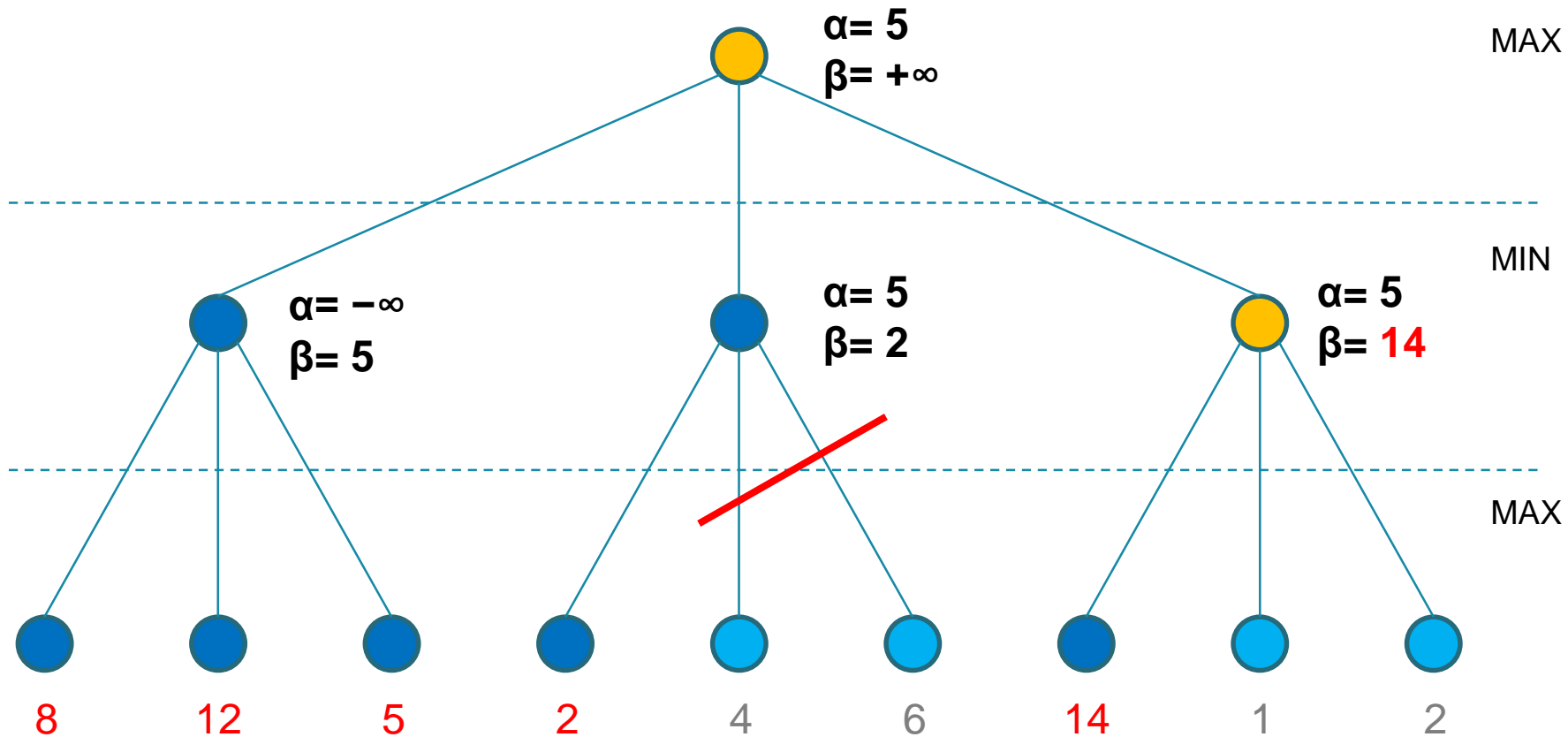
Podan je hipotetični prostor stanj.

Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



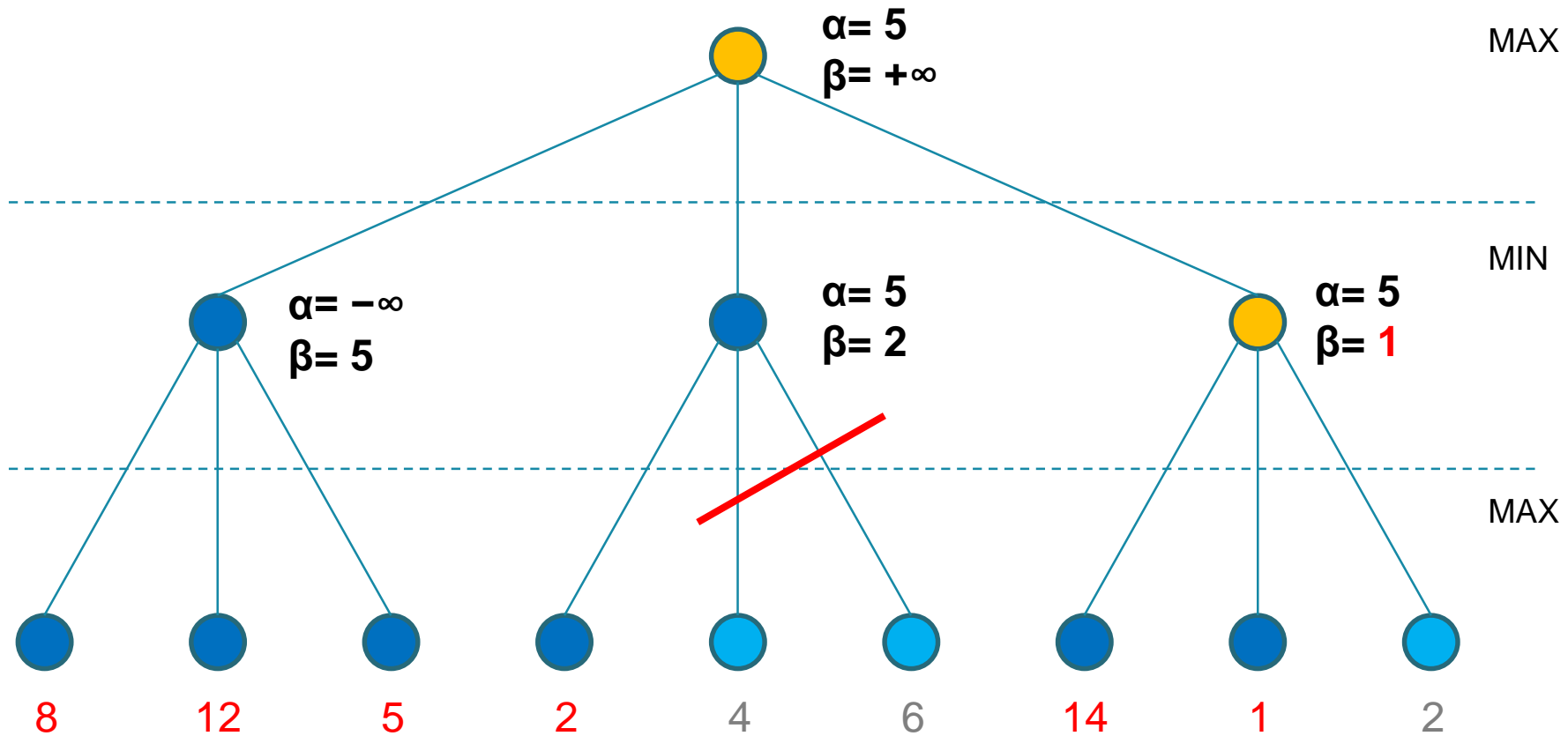
PRIMER (17/20)

Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



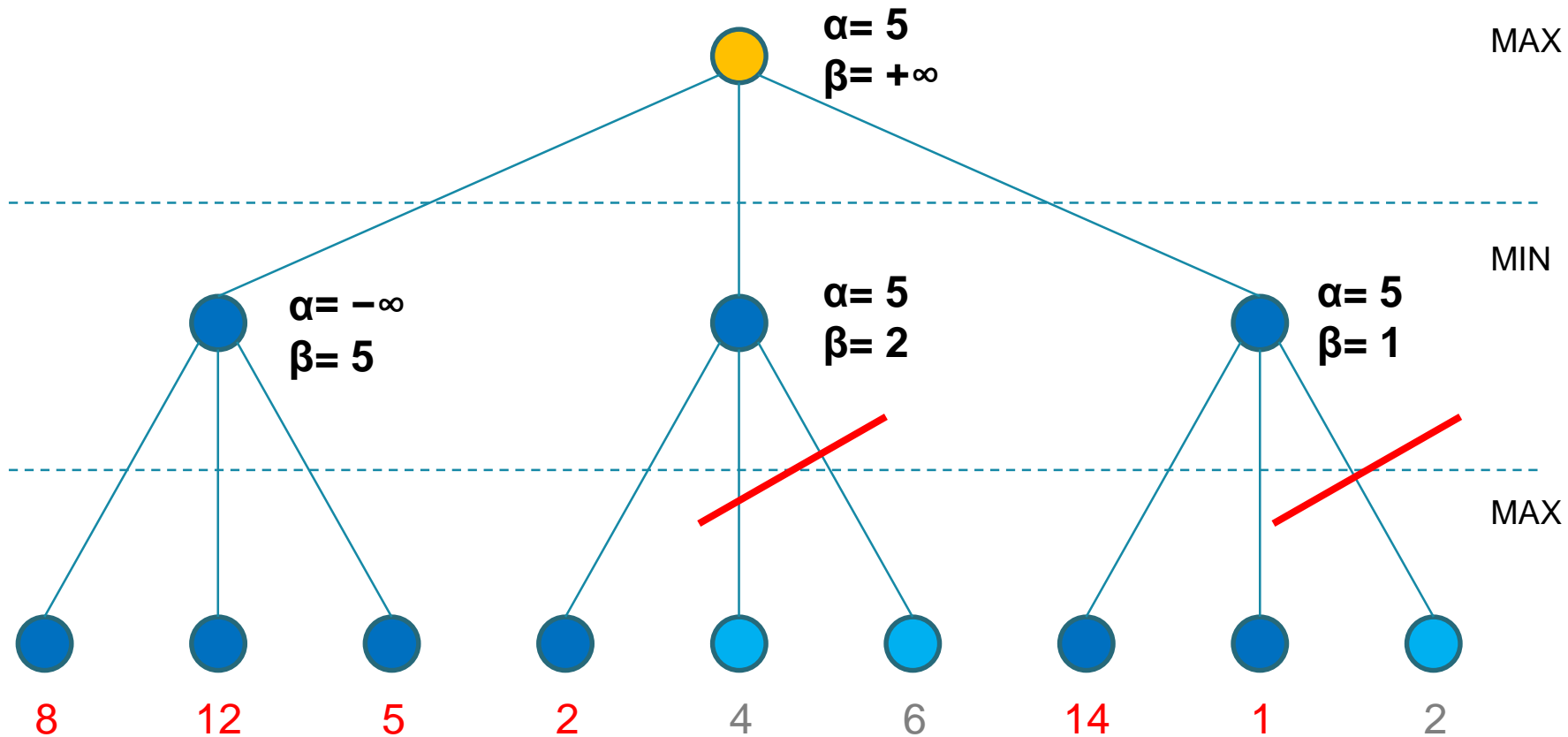
PRIMER (18/20)

Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER (19/20)

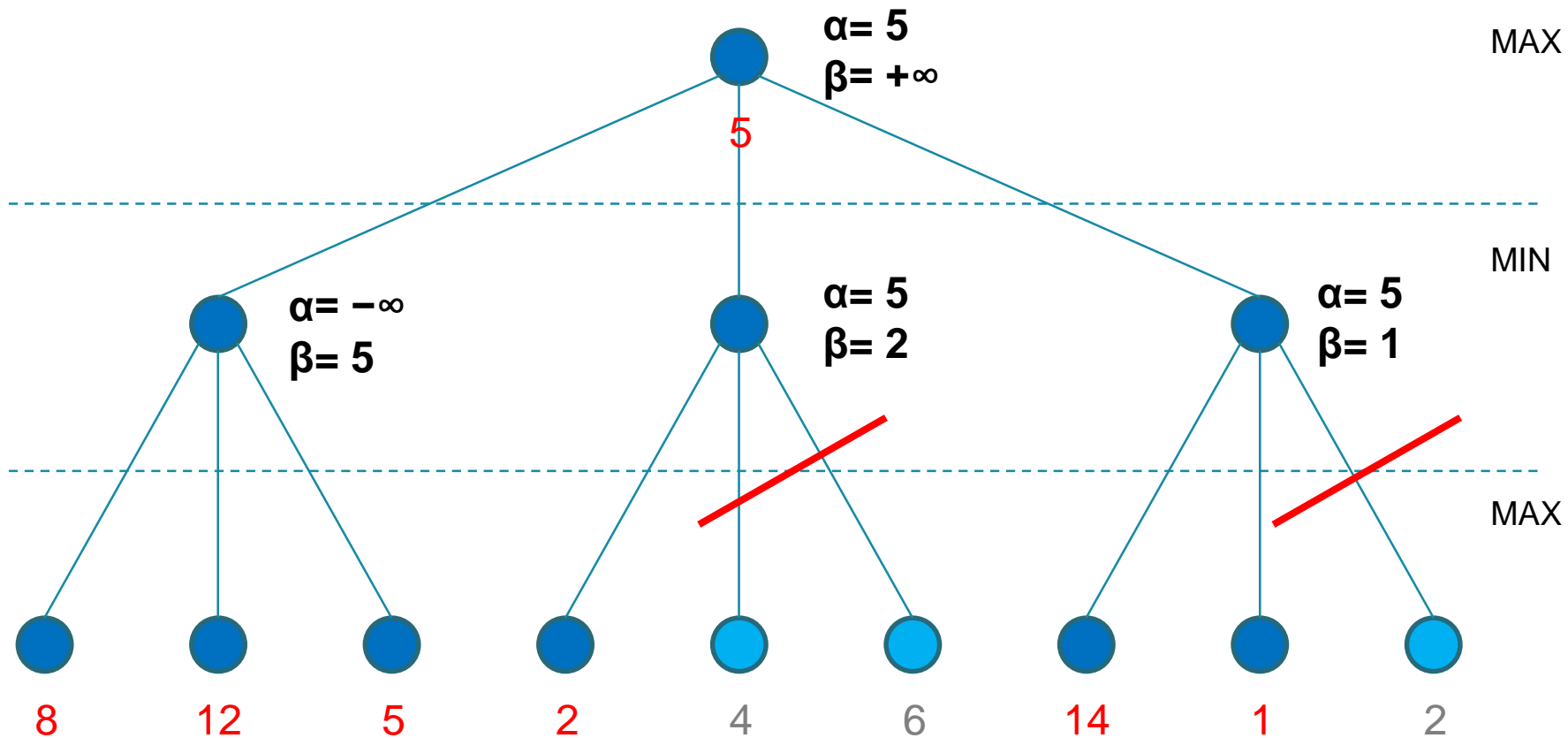
Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER (20/20)

Podan je hipotetični prostor stanj.

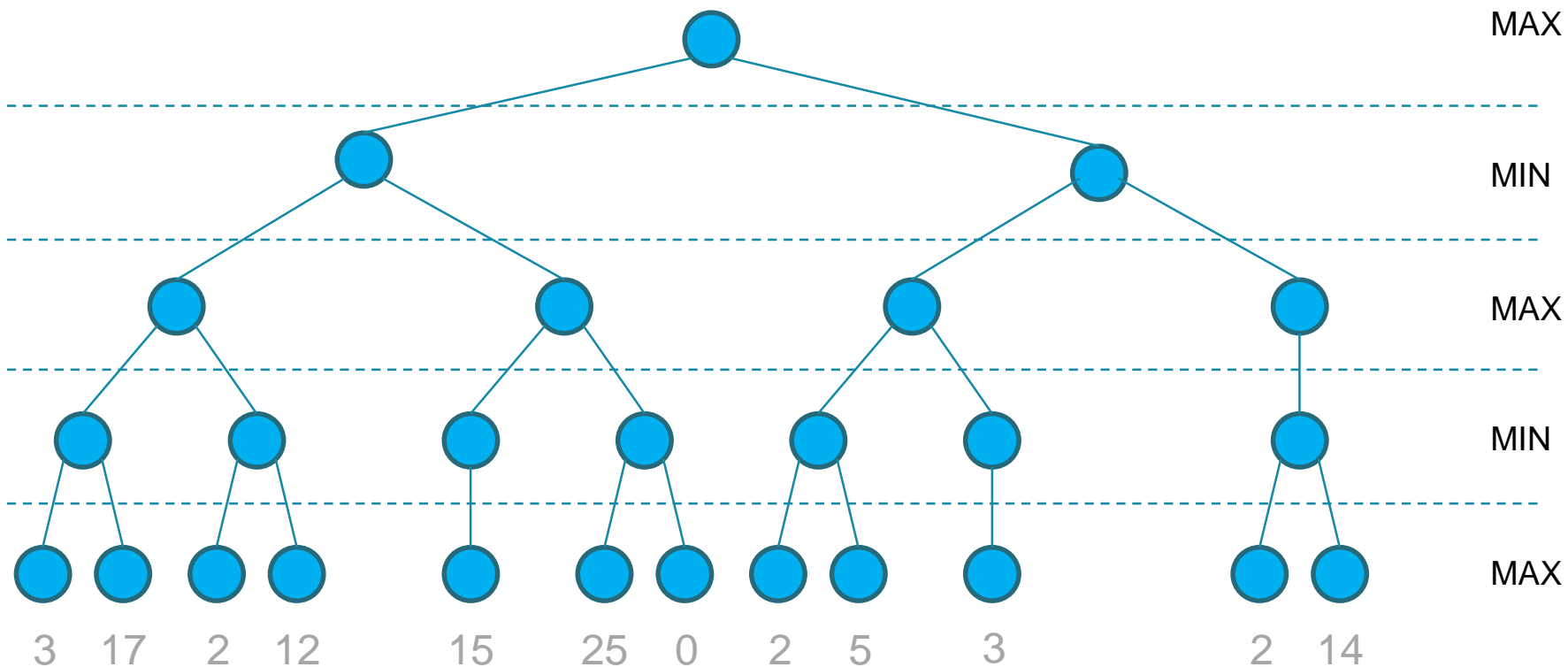
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (1/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

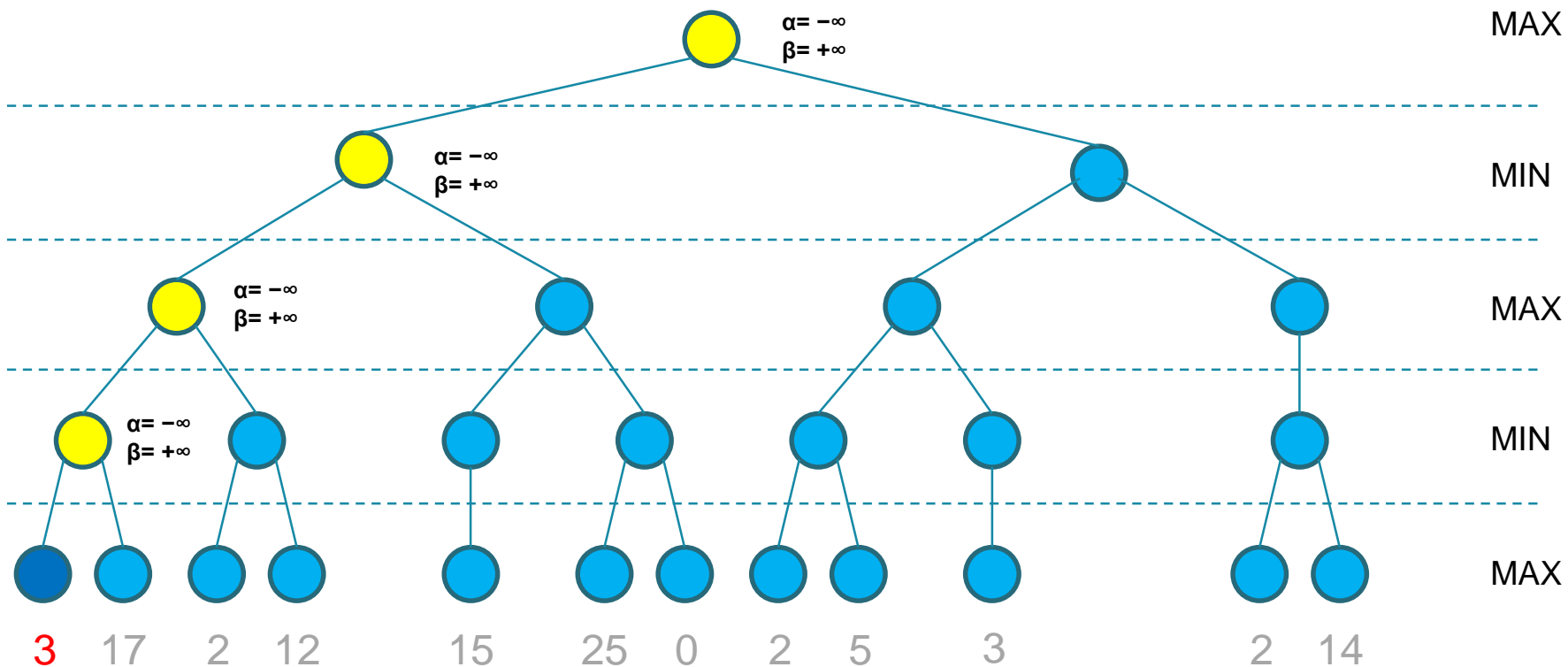
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (2/35)

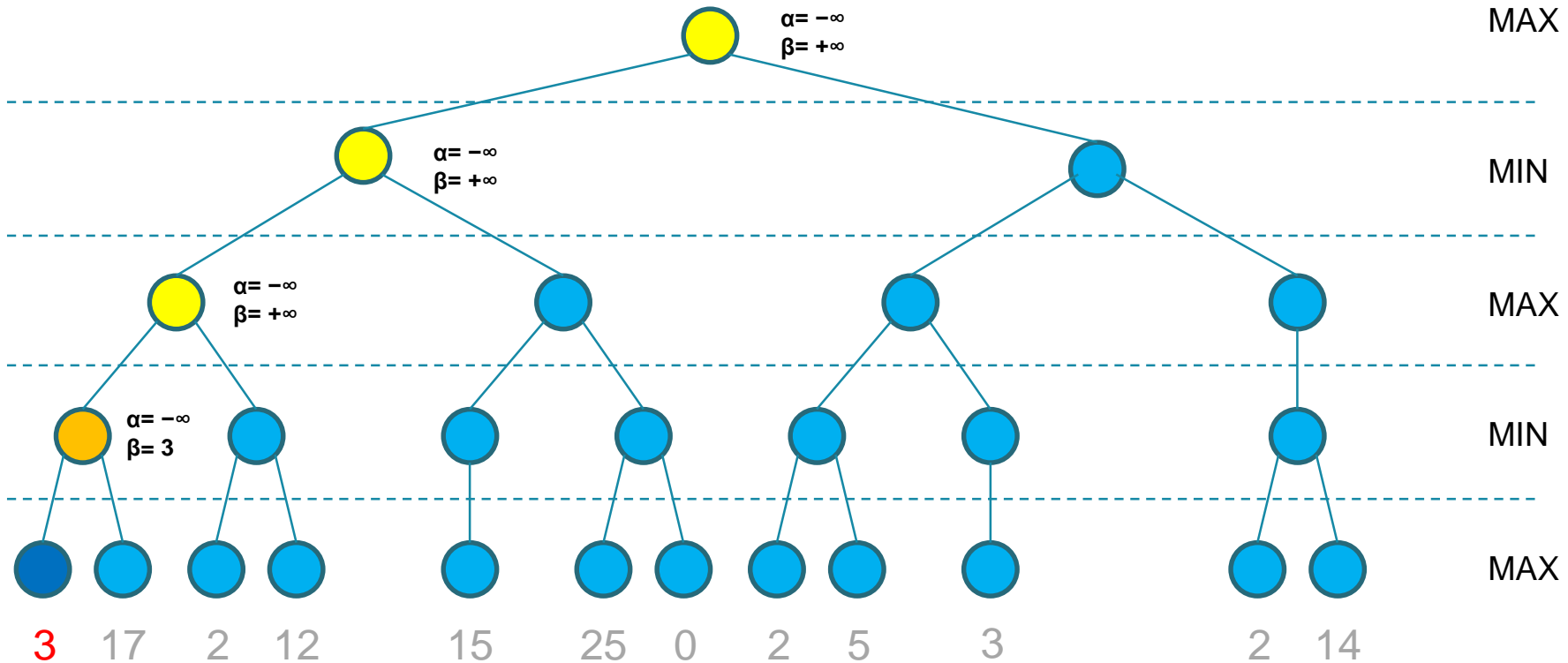
Podan je hipotetični prostor stanj.

Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (3/35)

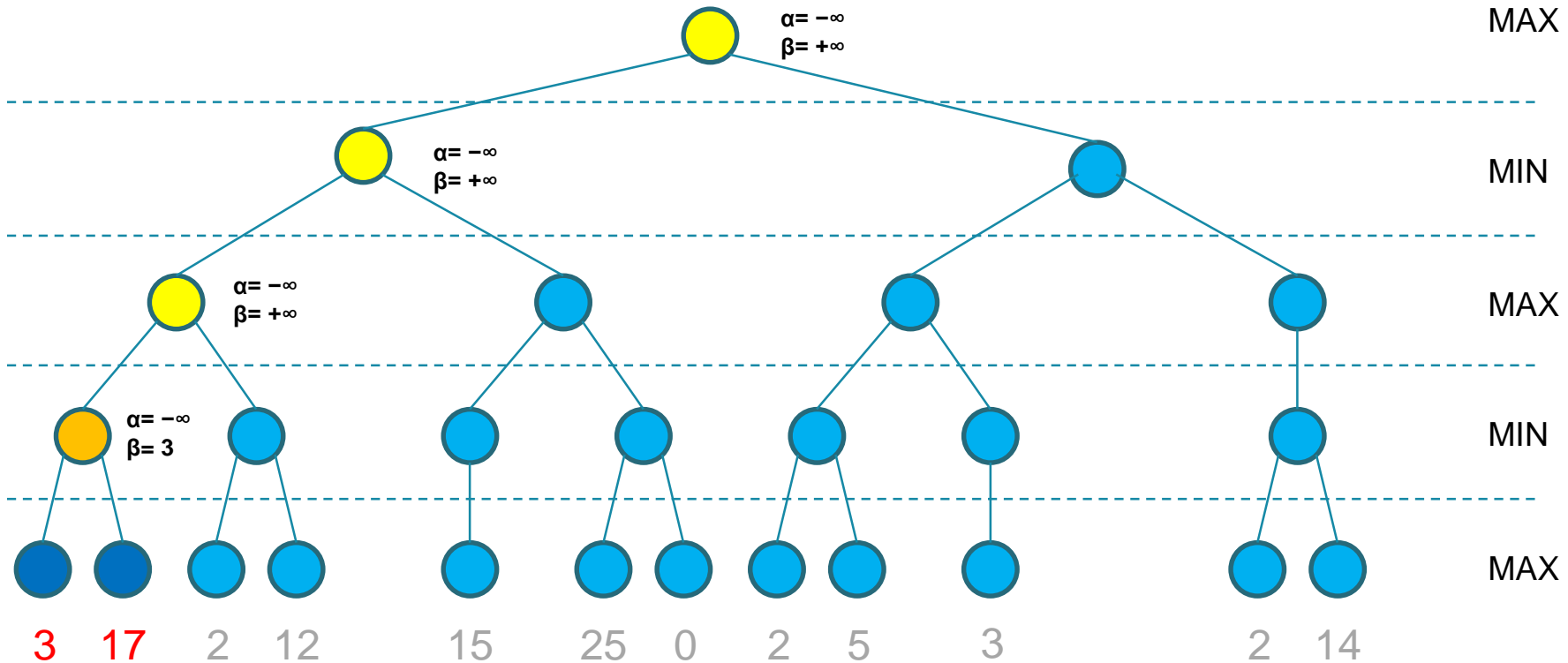
Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (4/35)

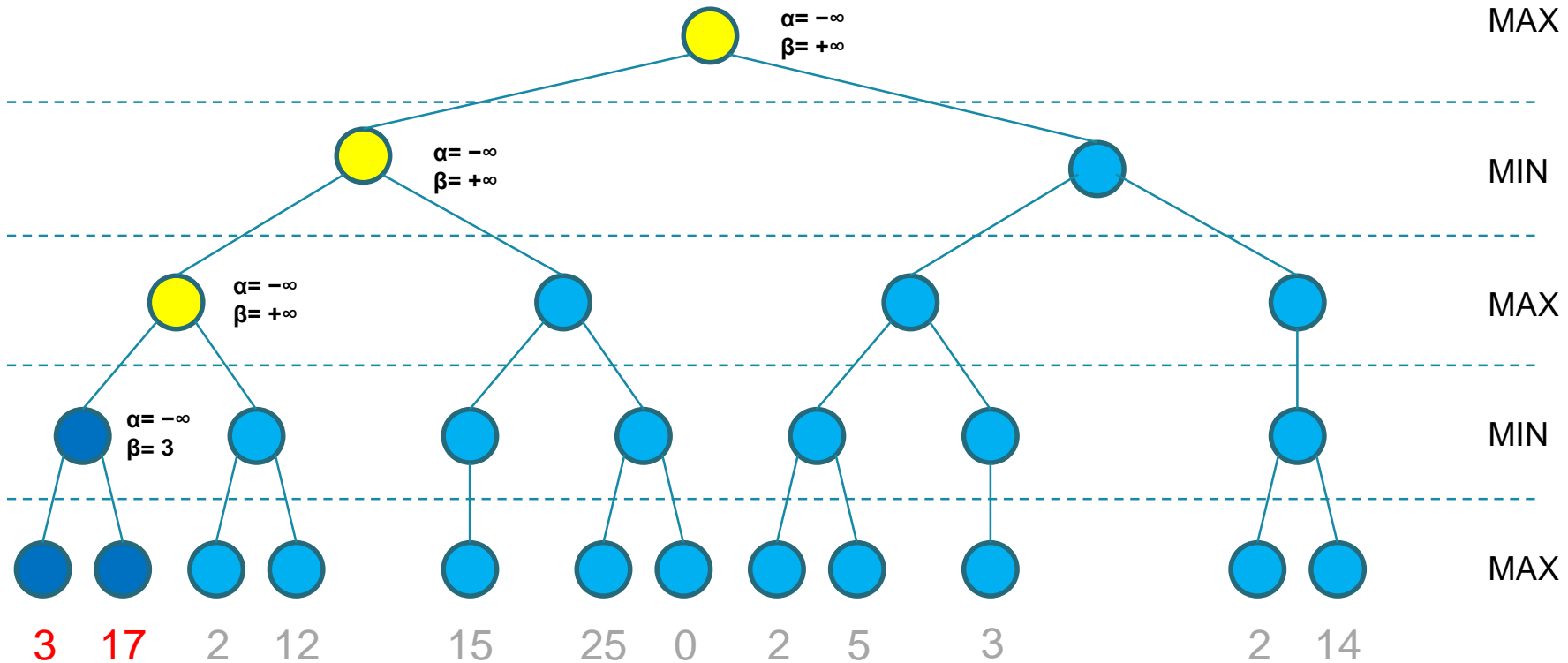
Podan je hipotetični prostor stanj.

Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



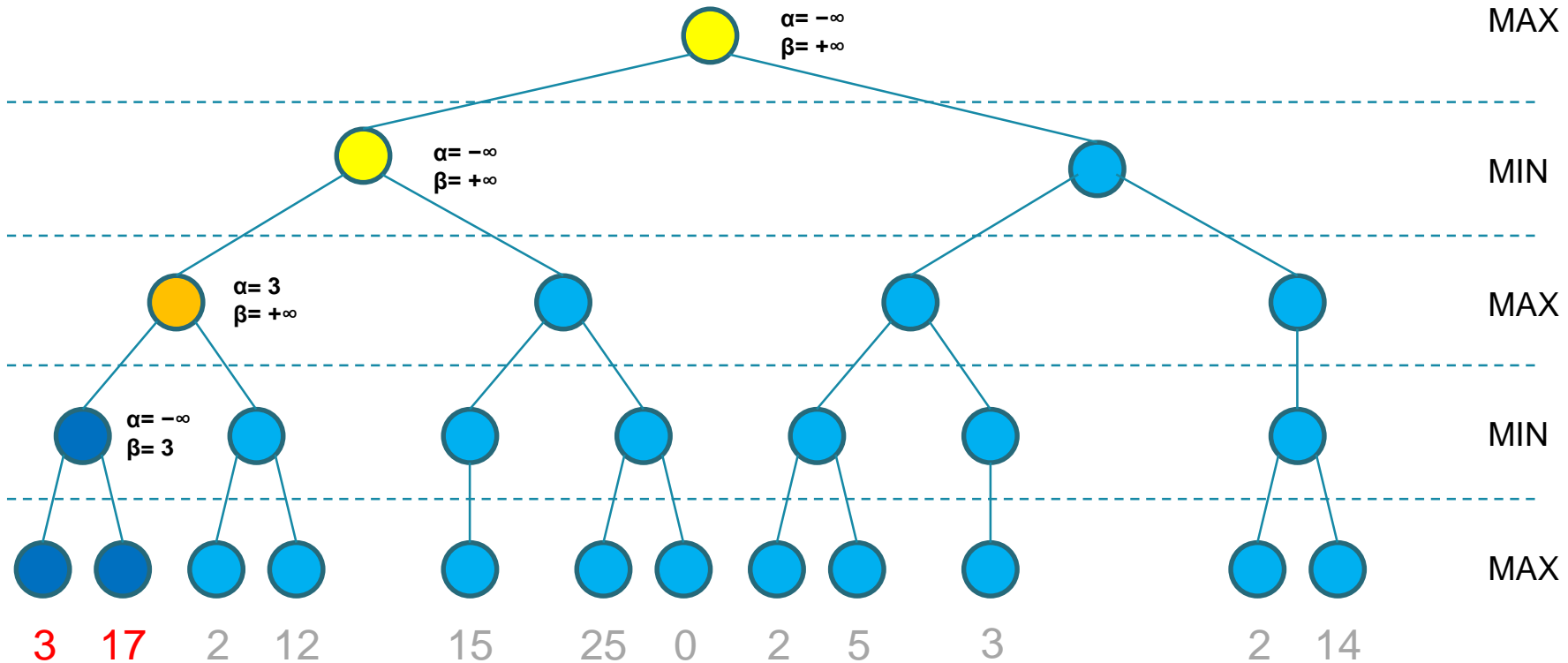
PRIMER 2 (5/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



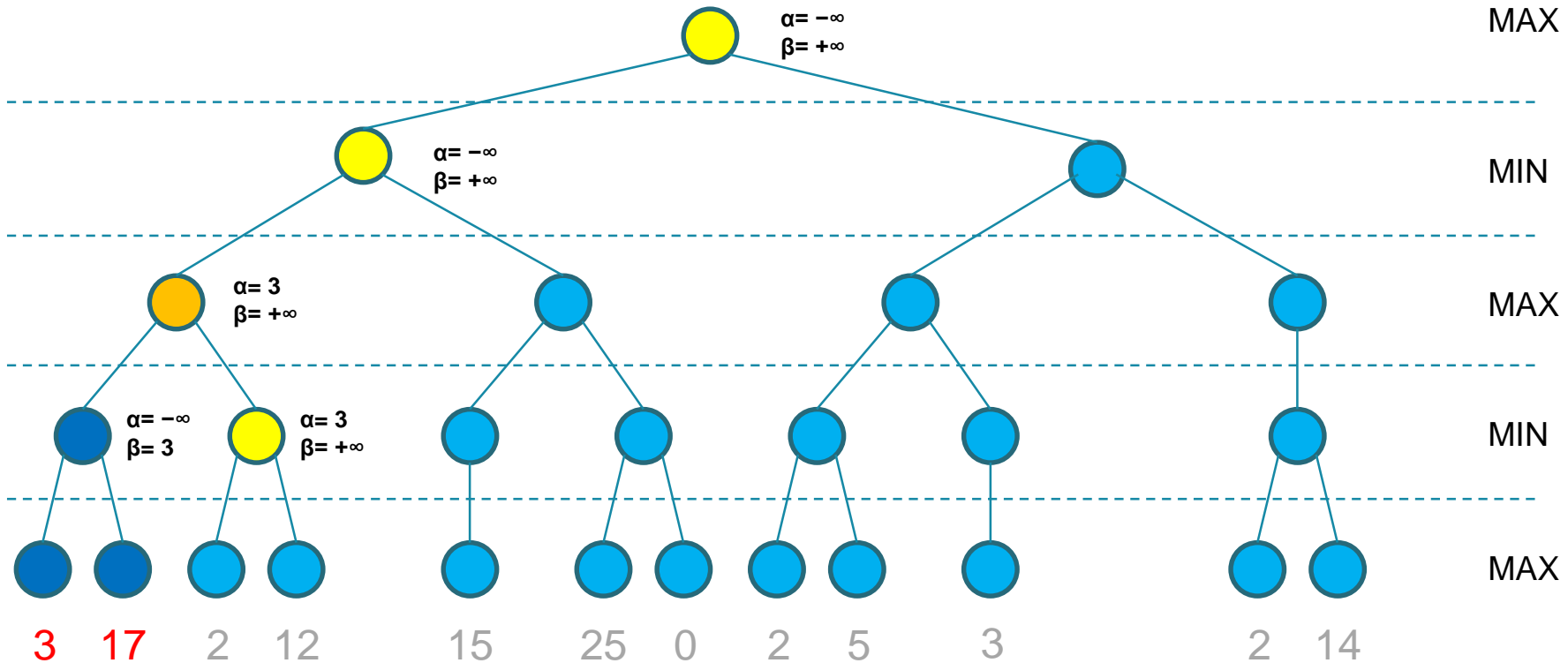
PRIMER 2 (6/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



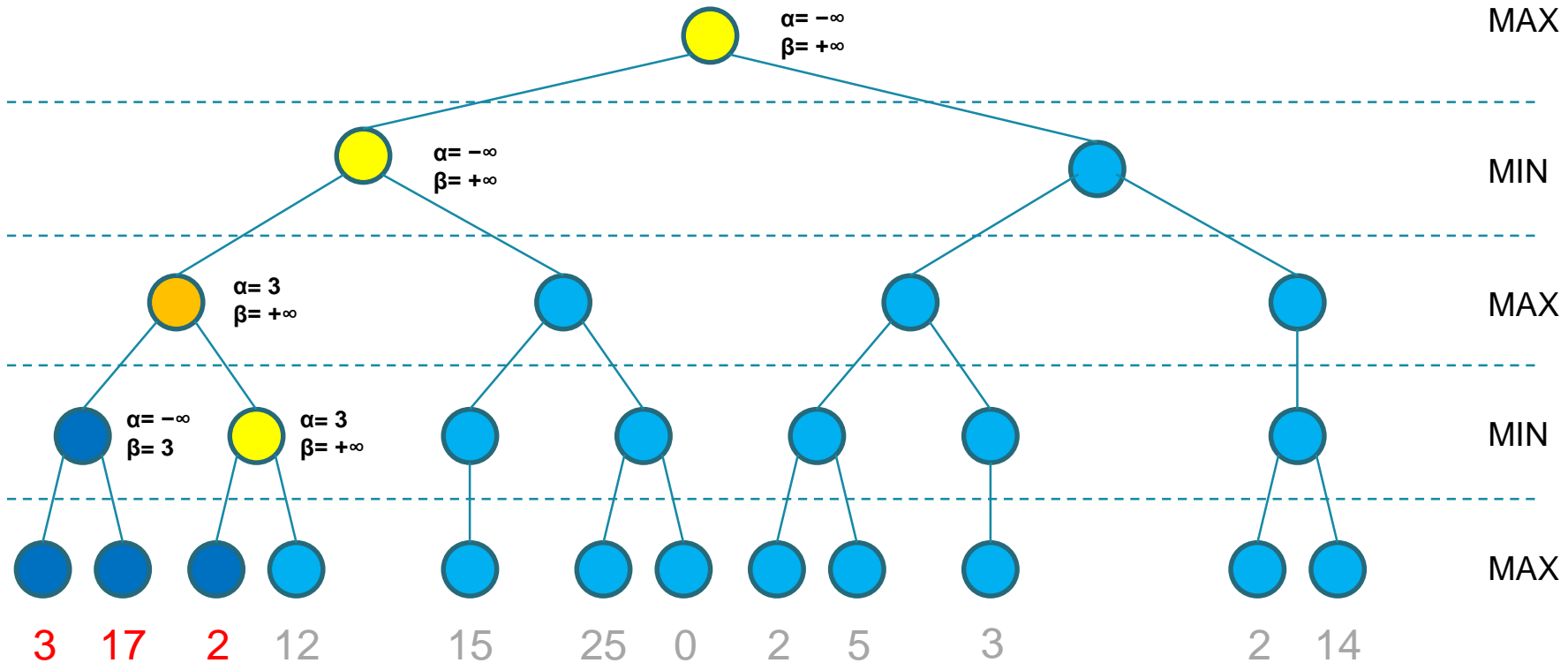
PRIMER 2 (7/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (8/35)

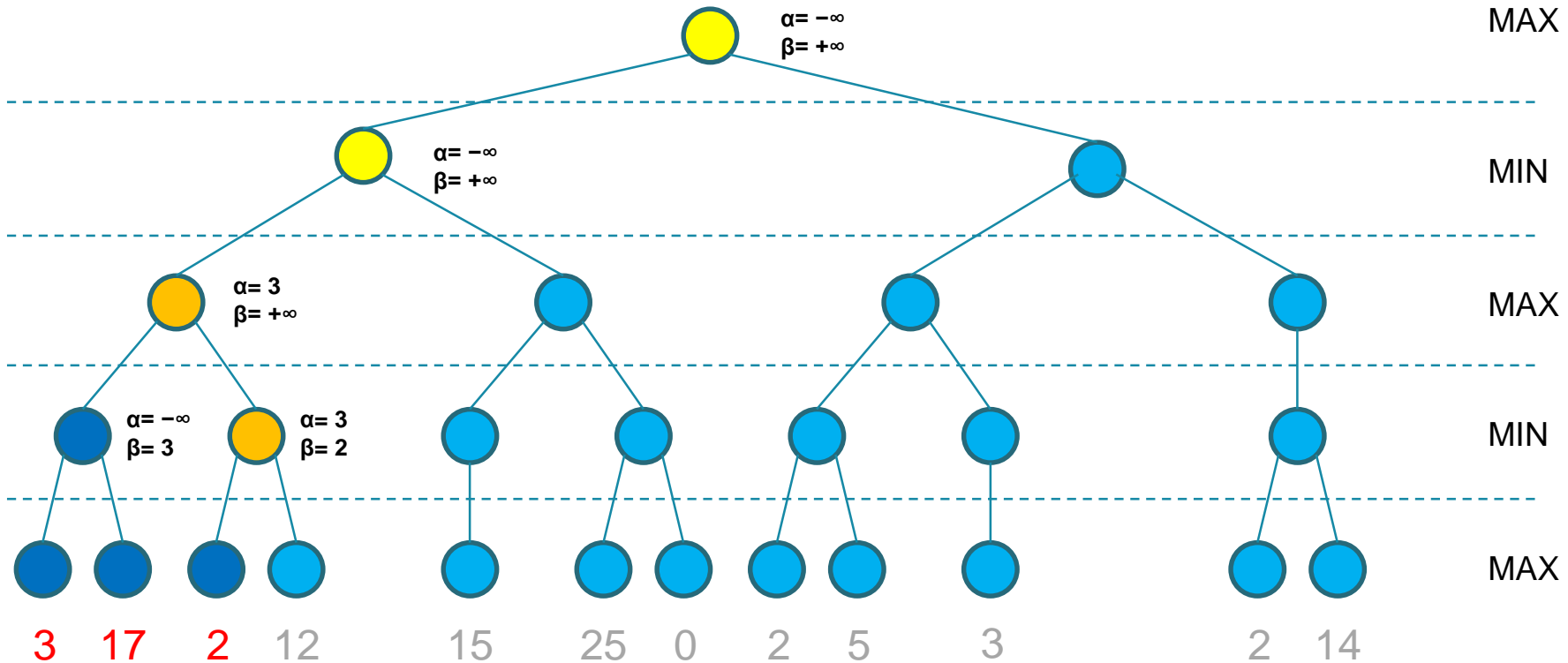
Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (9/35)

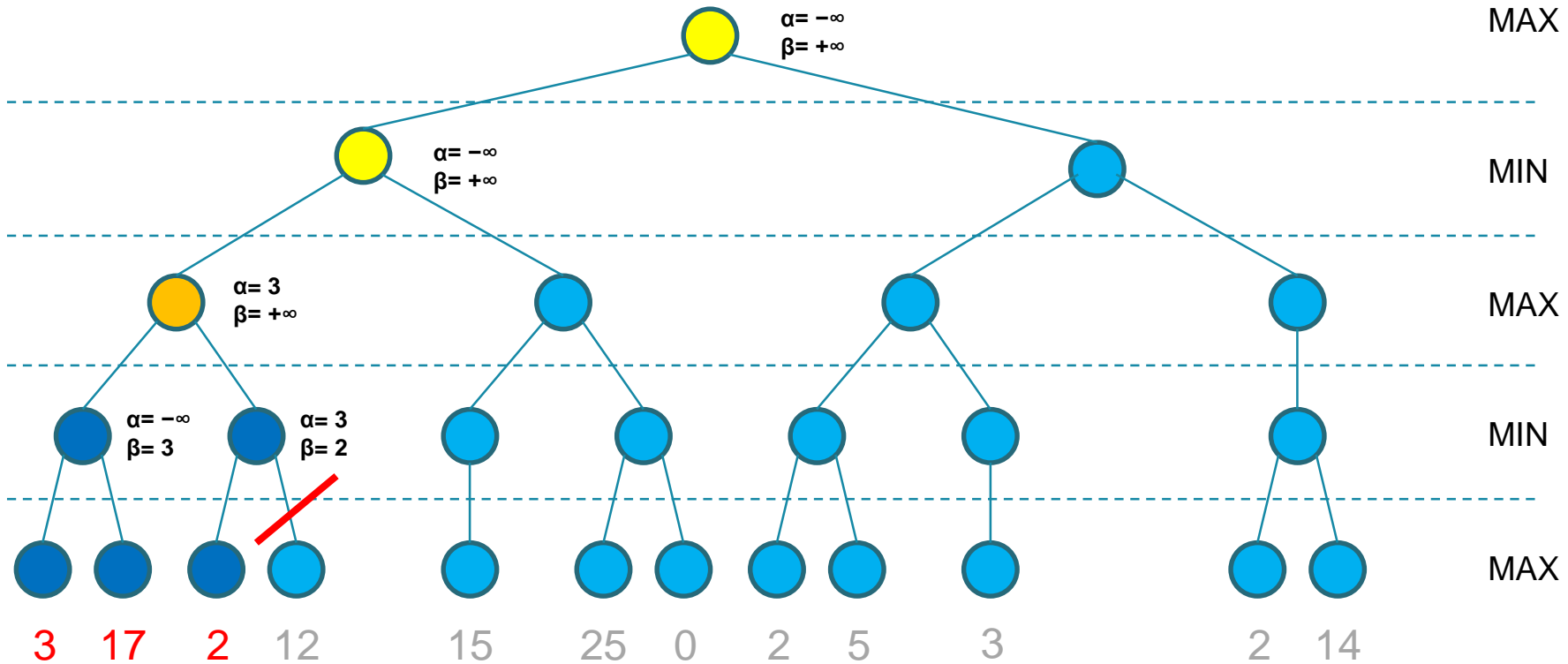
Podan je hipotetični prostor stanj.

Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (10/35)

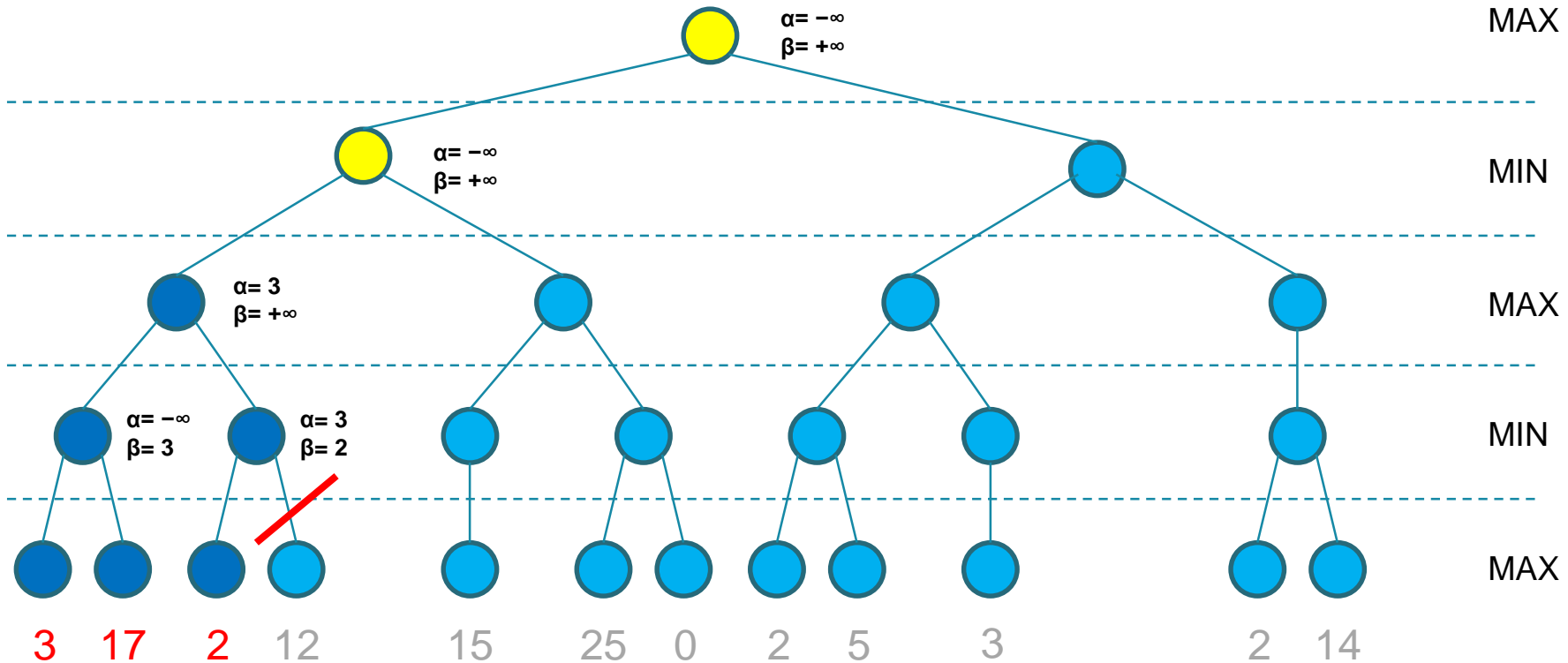
Podan je hipotetični prostor stanj.
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (11/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

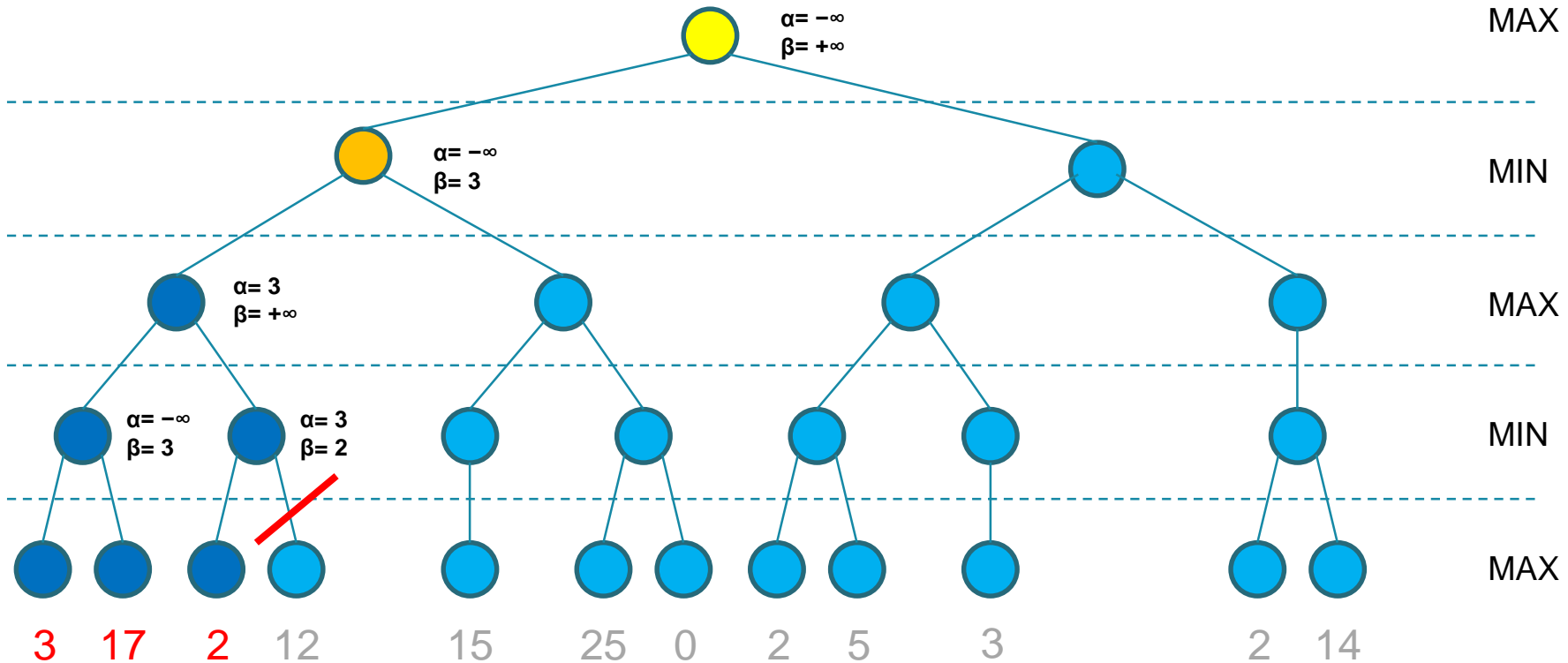
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (12/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

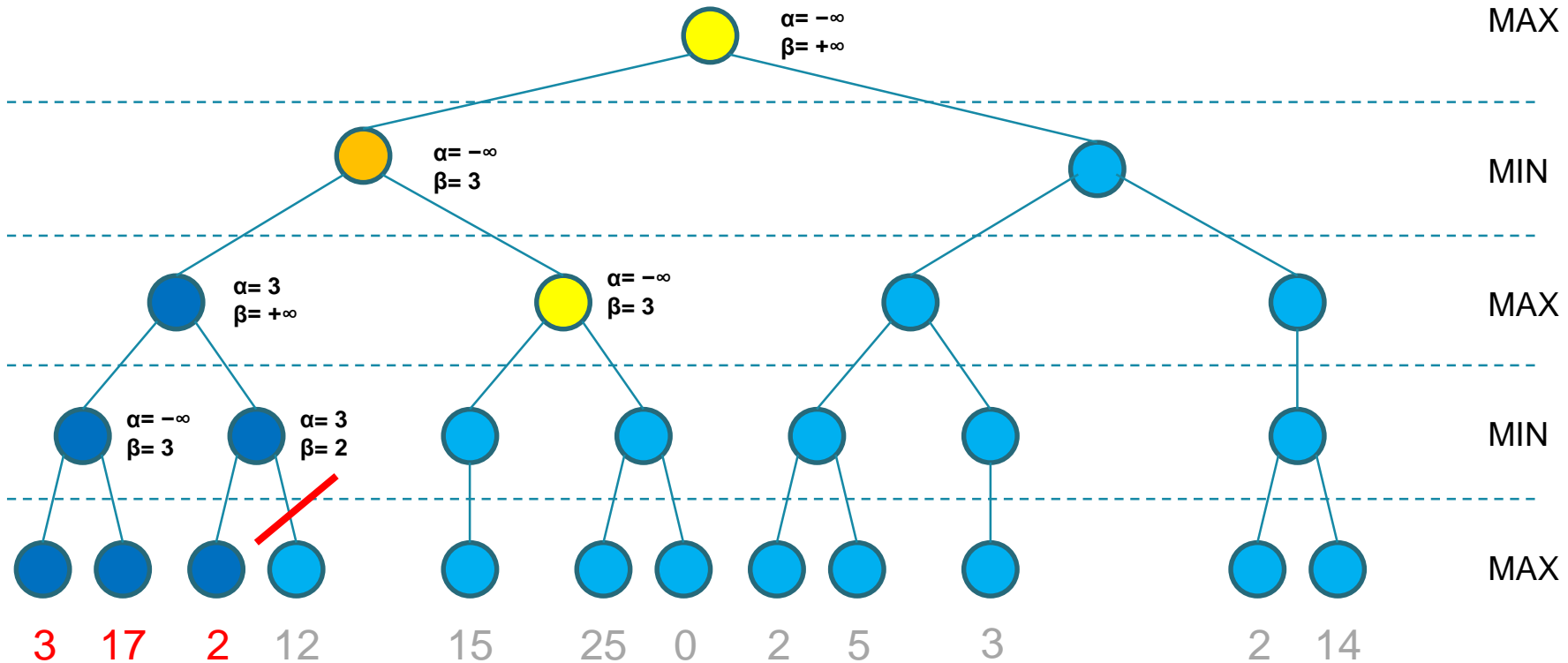
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (13/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

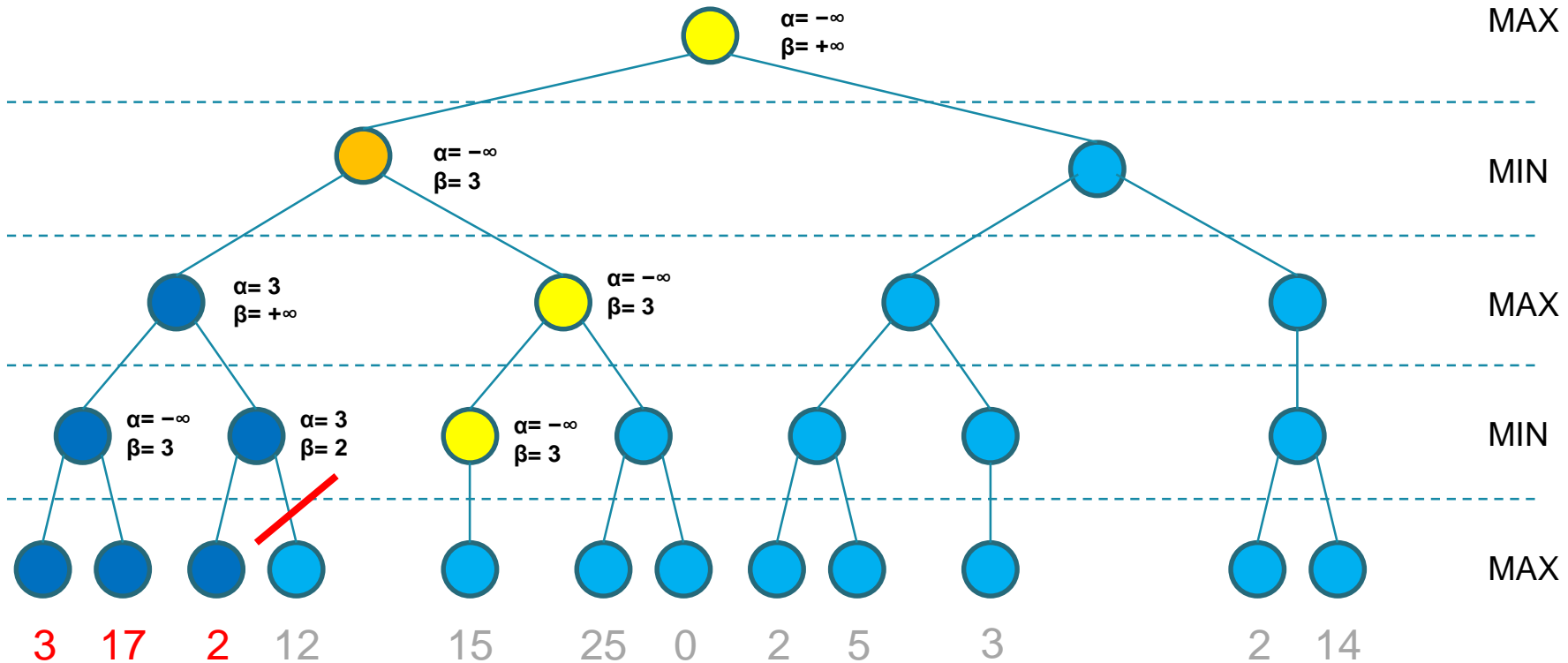
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (14/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

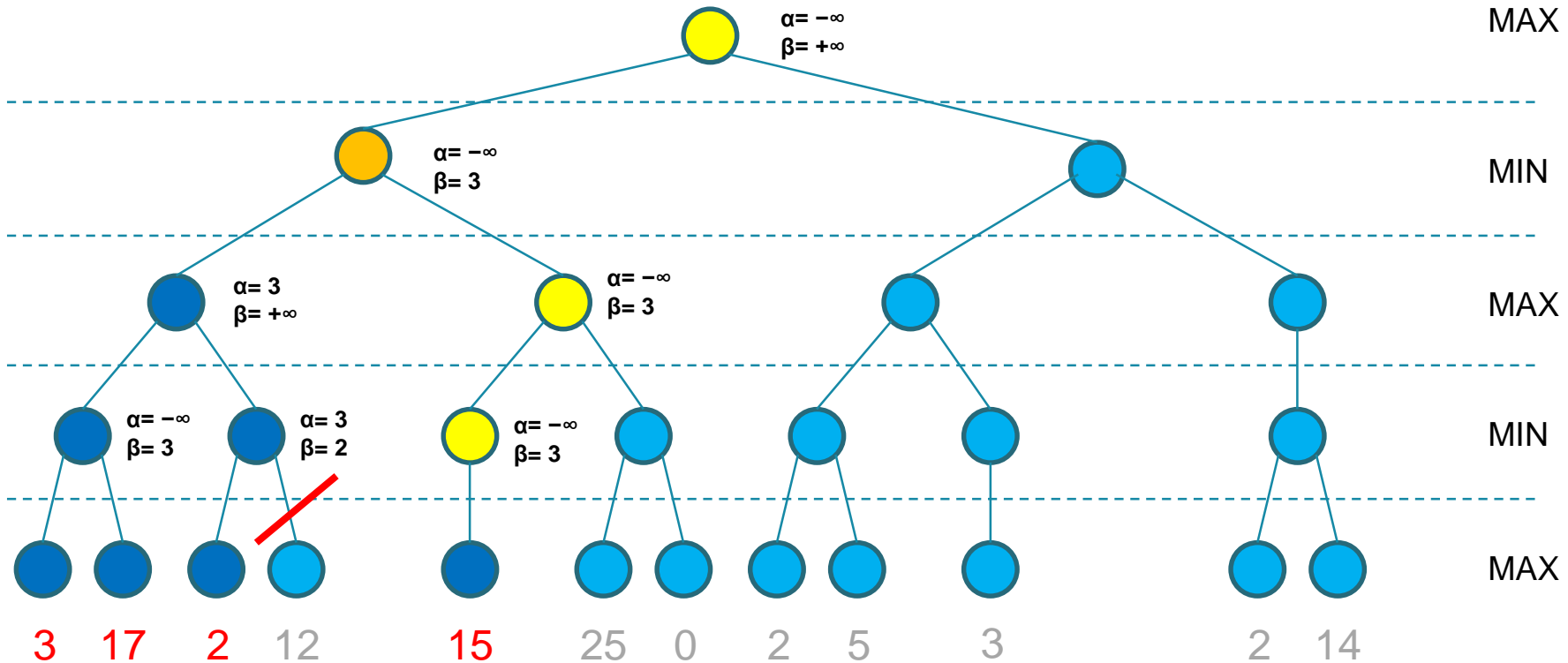
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (15/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

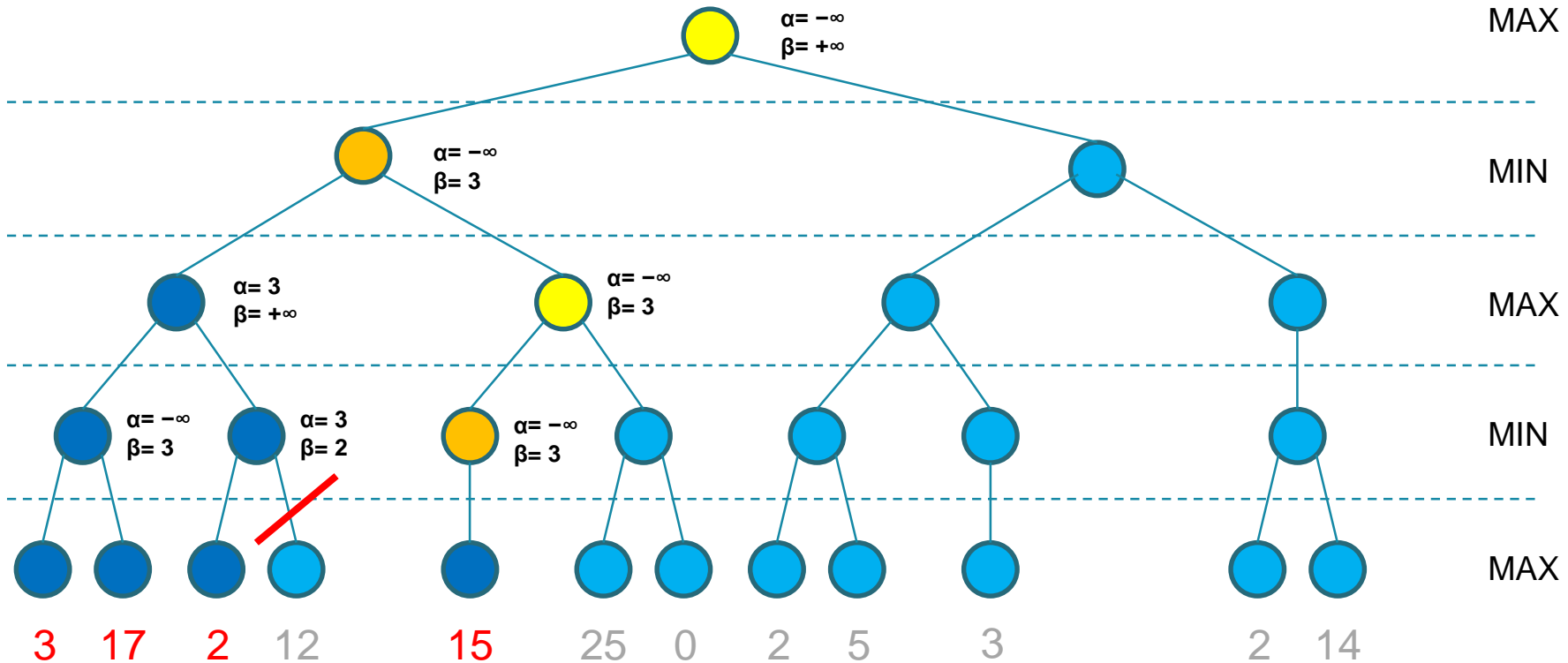
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (16/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

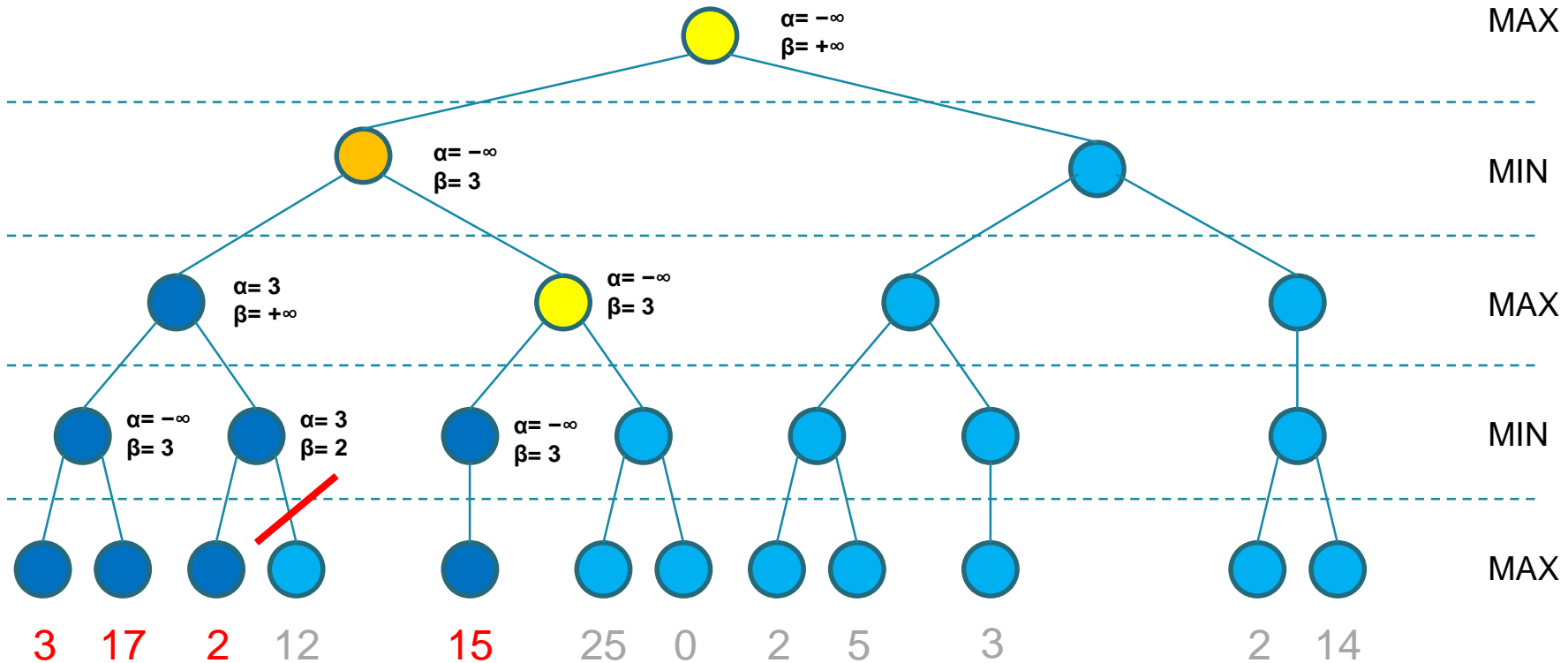
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (17/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

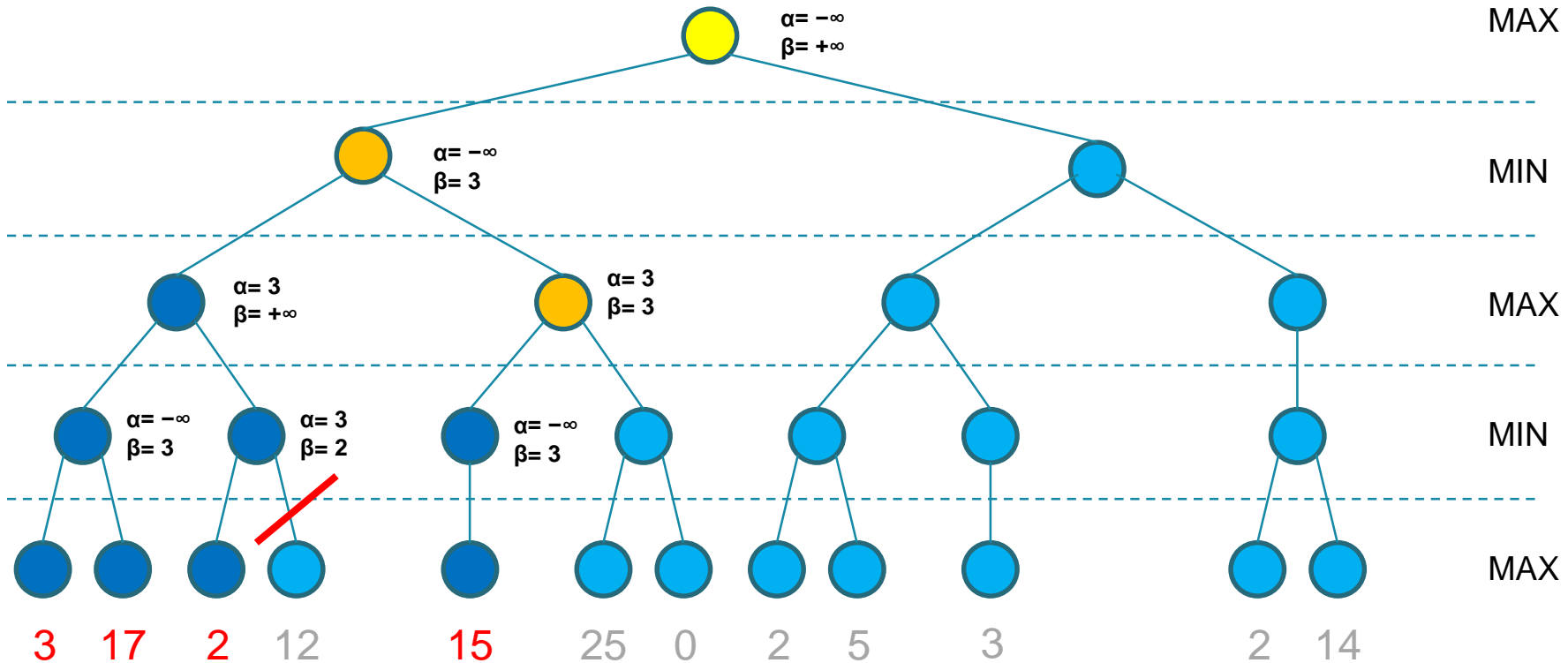
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (18/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

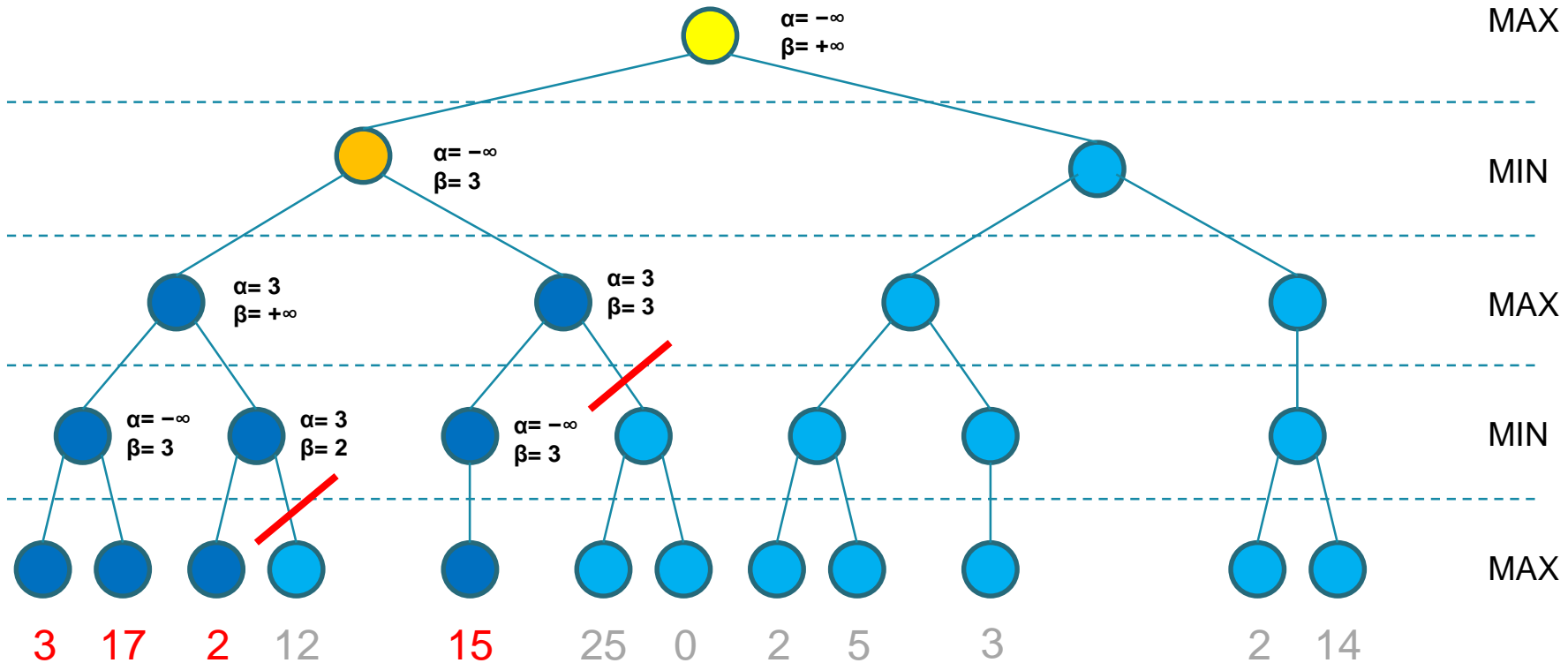
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (19/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

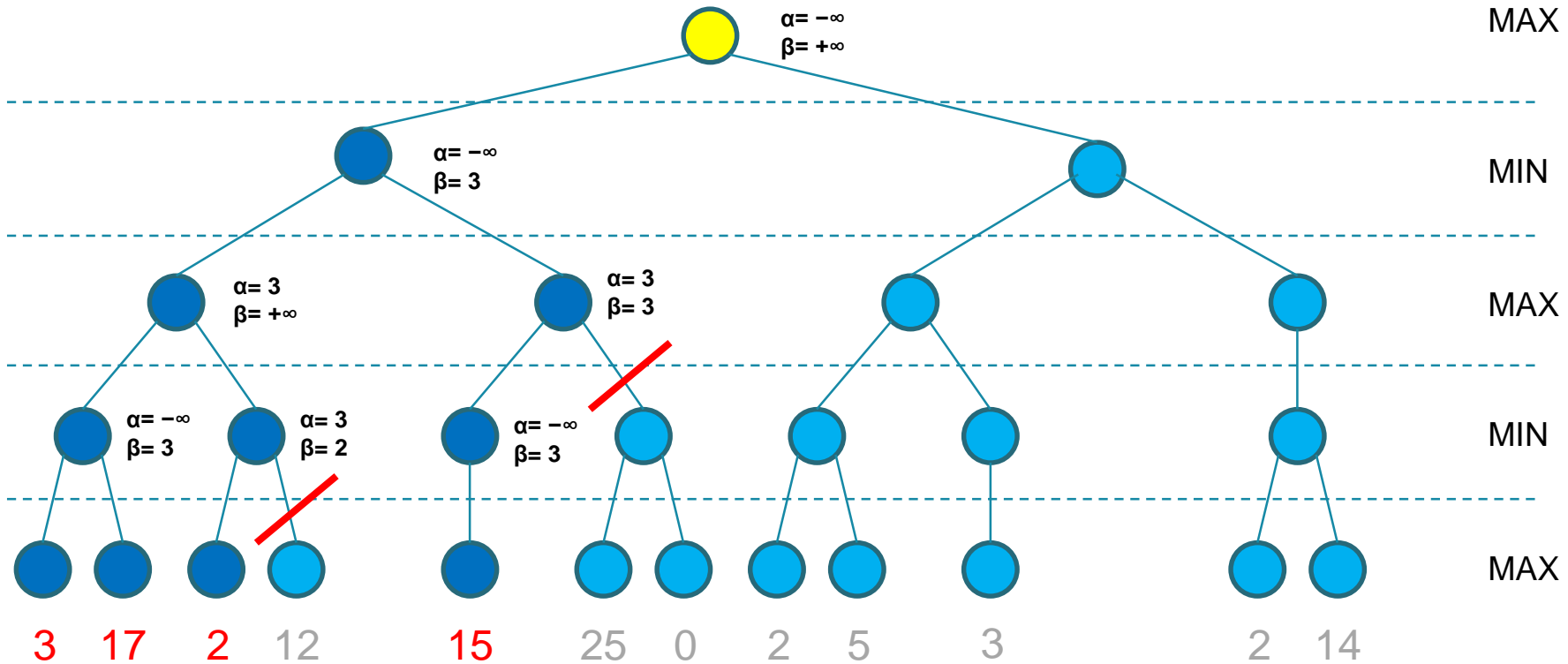
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (20/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

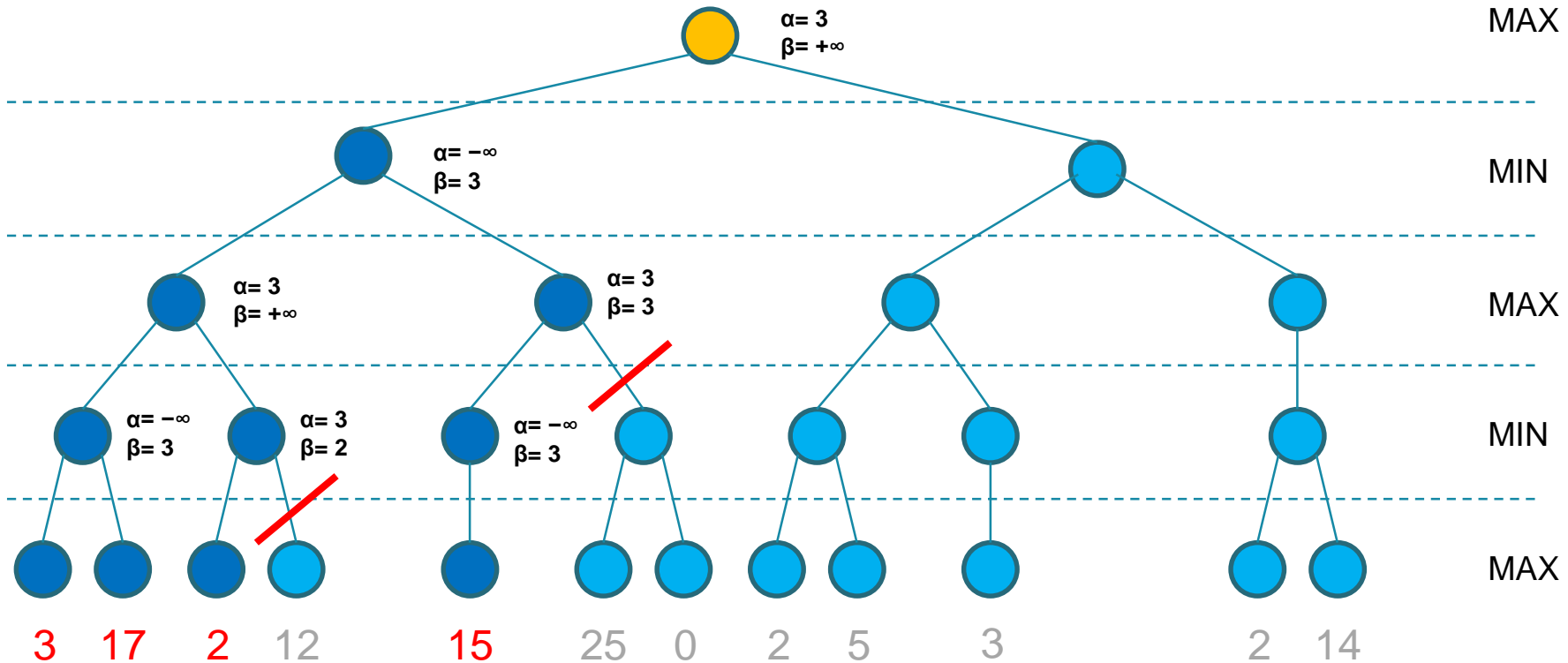
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (21/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

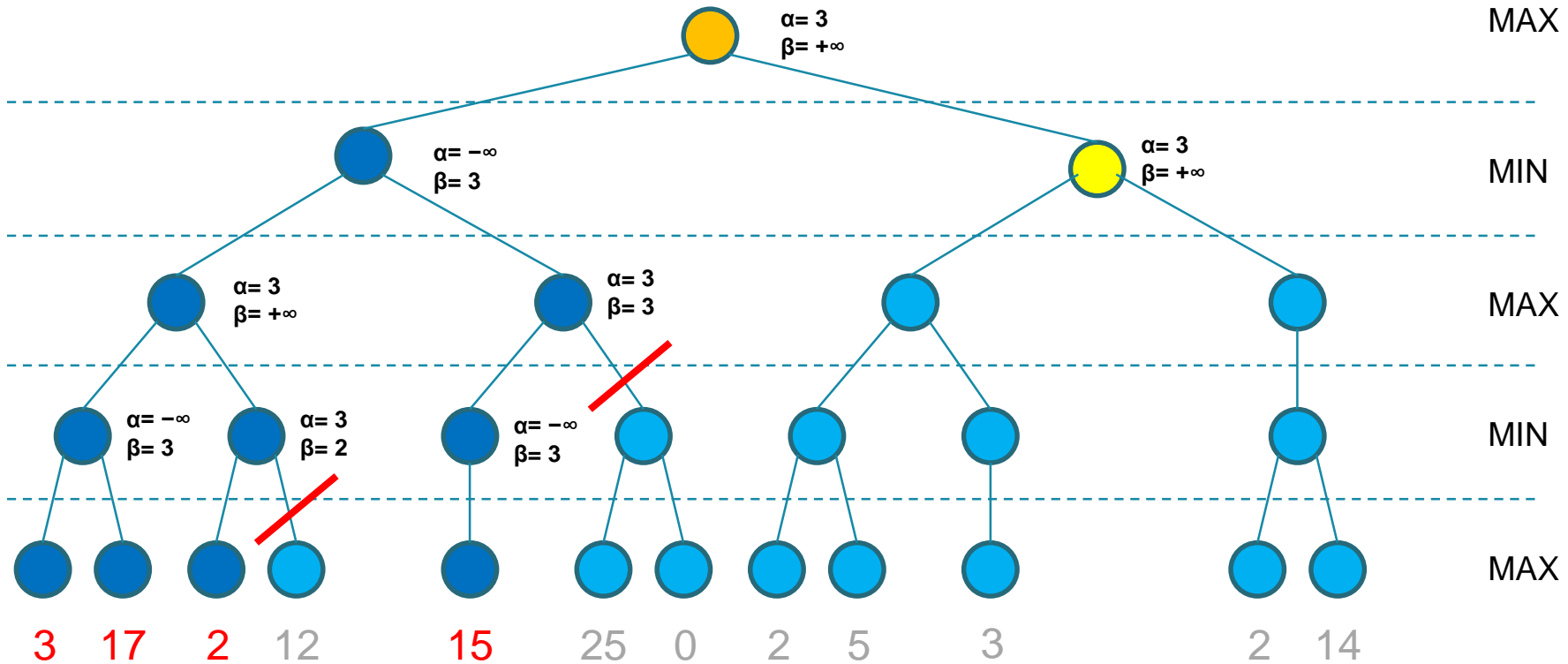
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (22/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

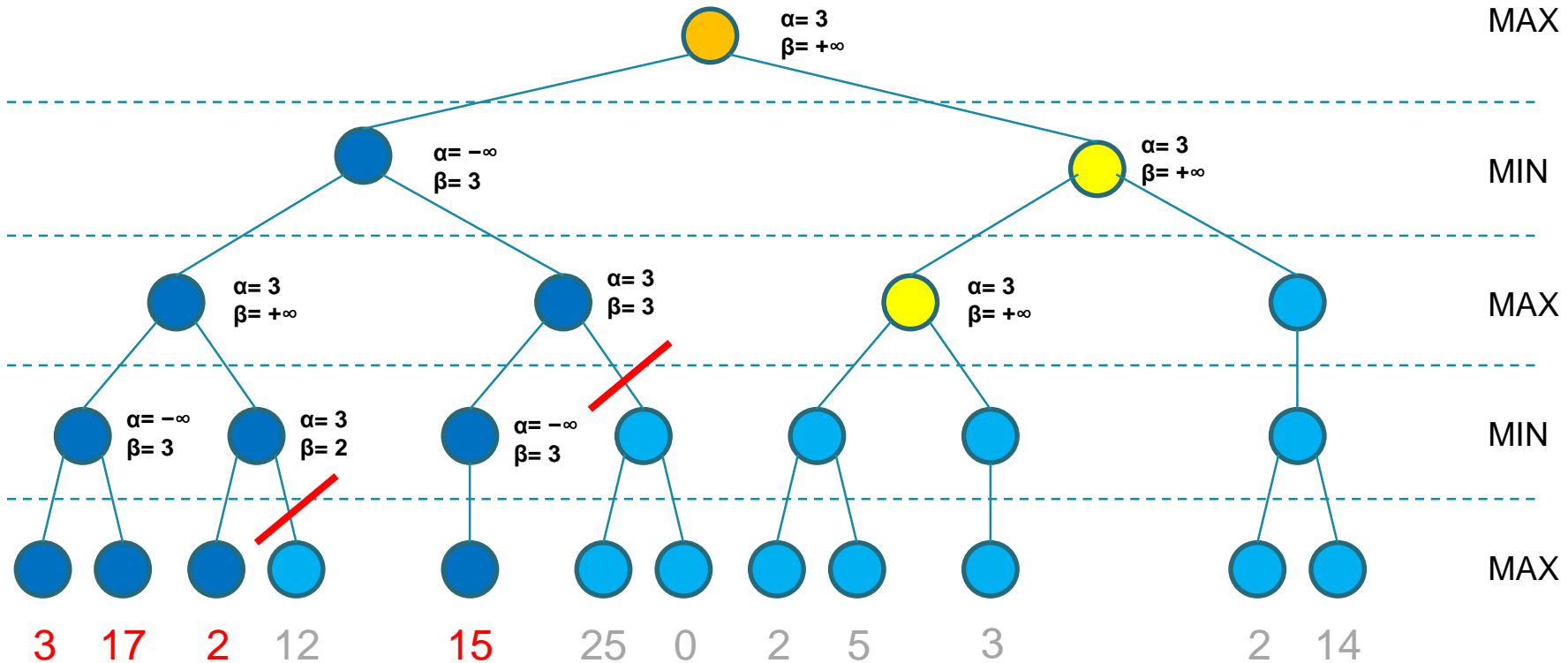
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (23/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

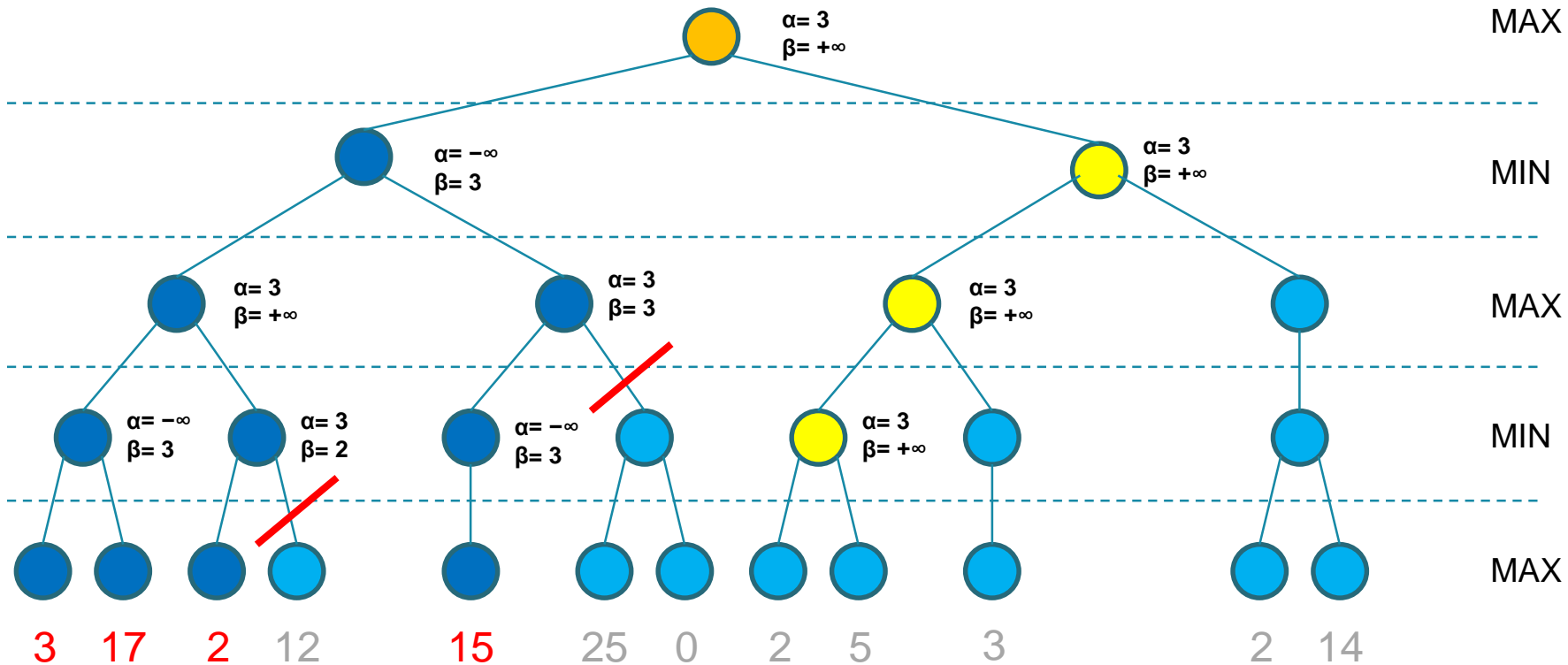
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (24/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

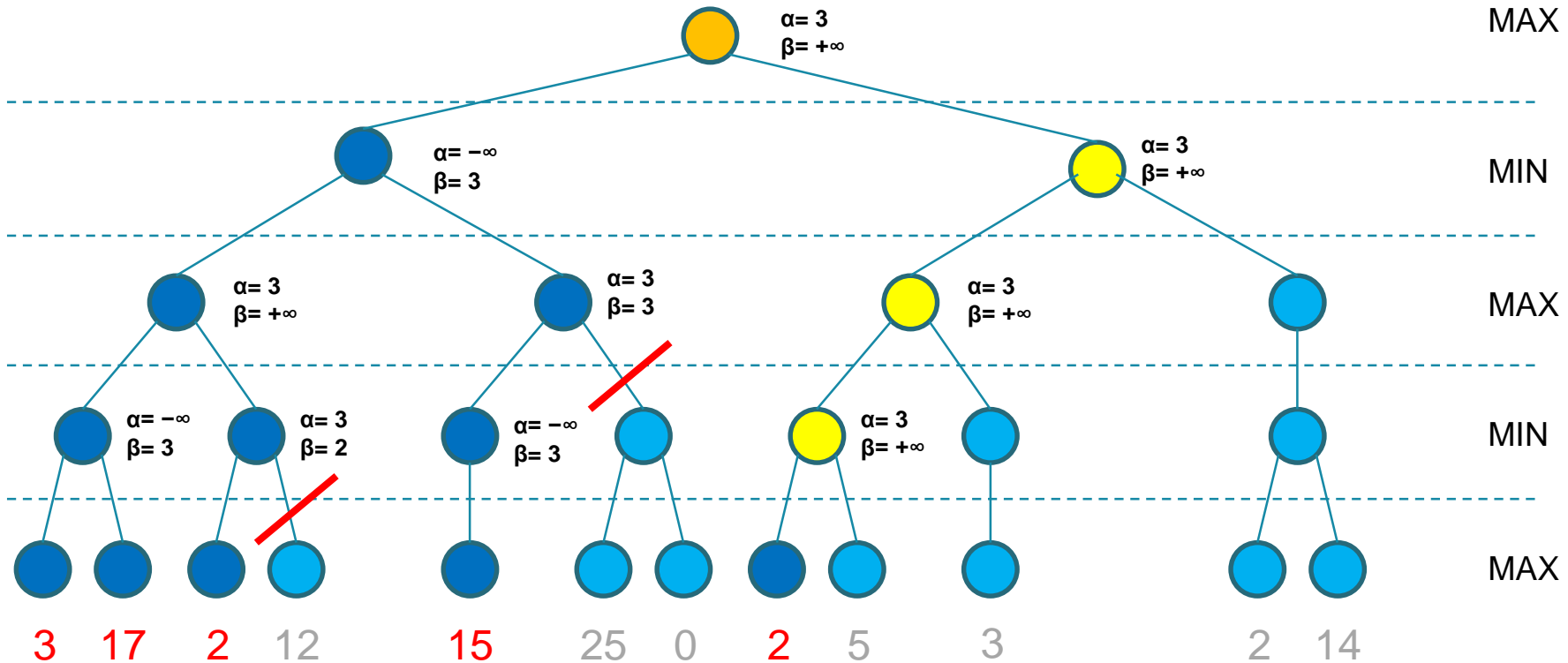
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (25/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

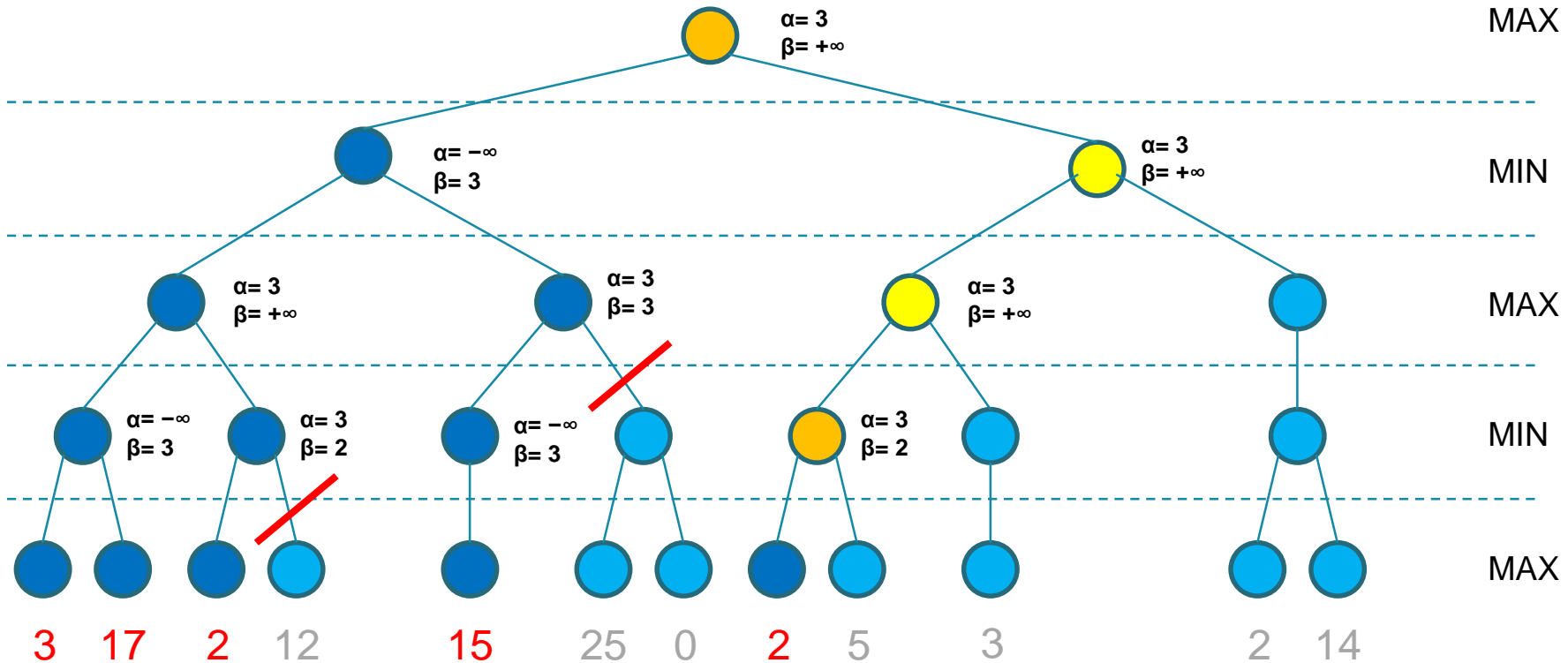
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (26/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

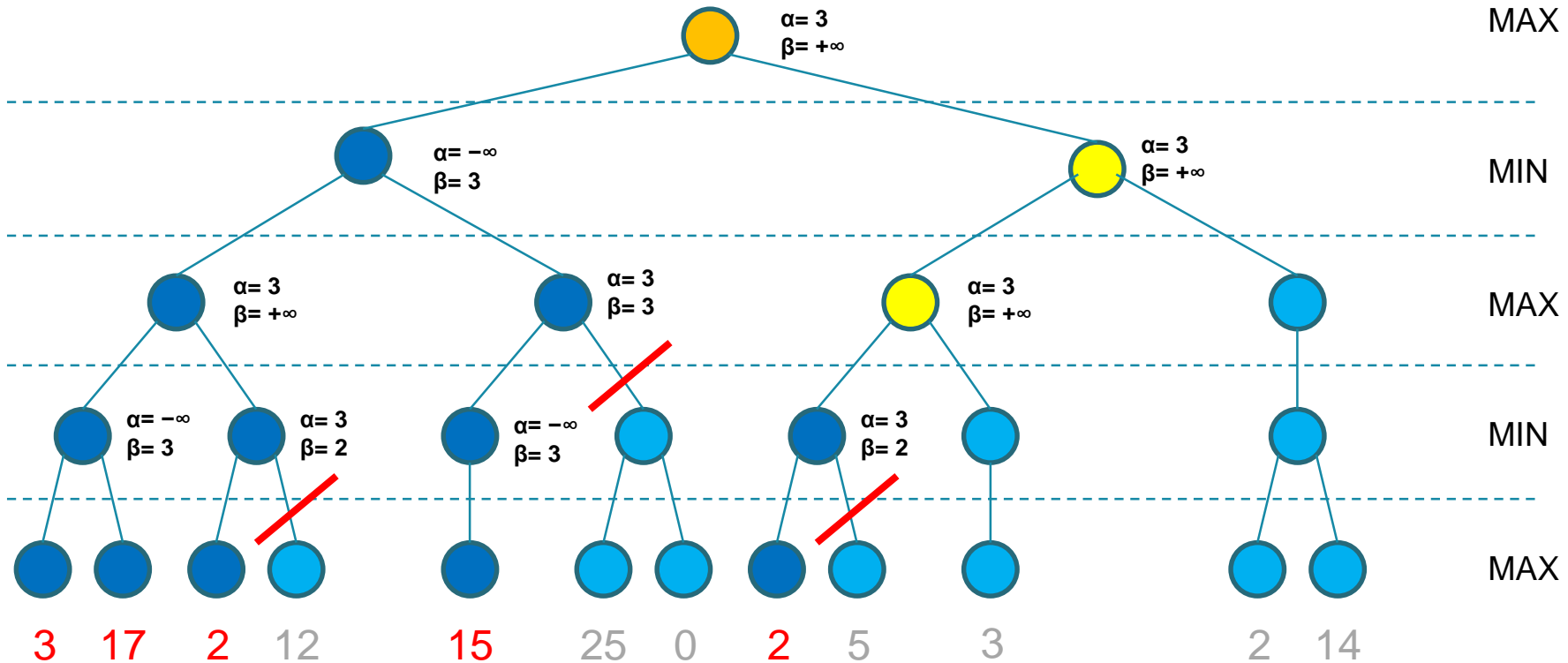
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (27/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

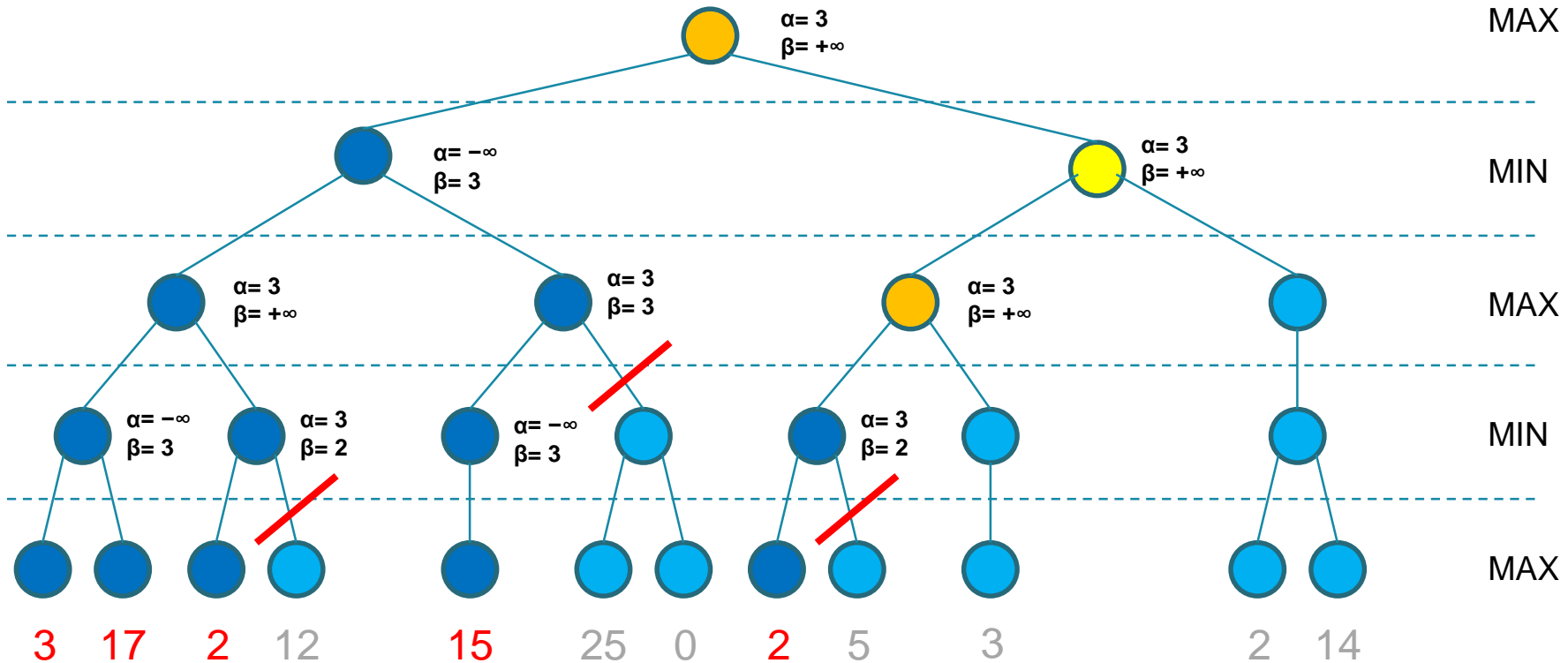
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (28/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

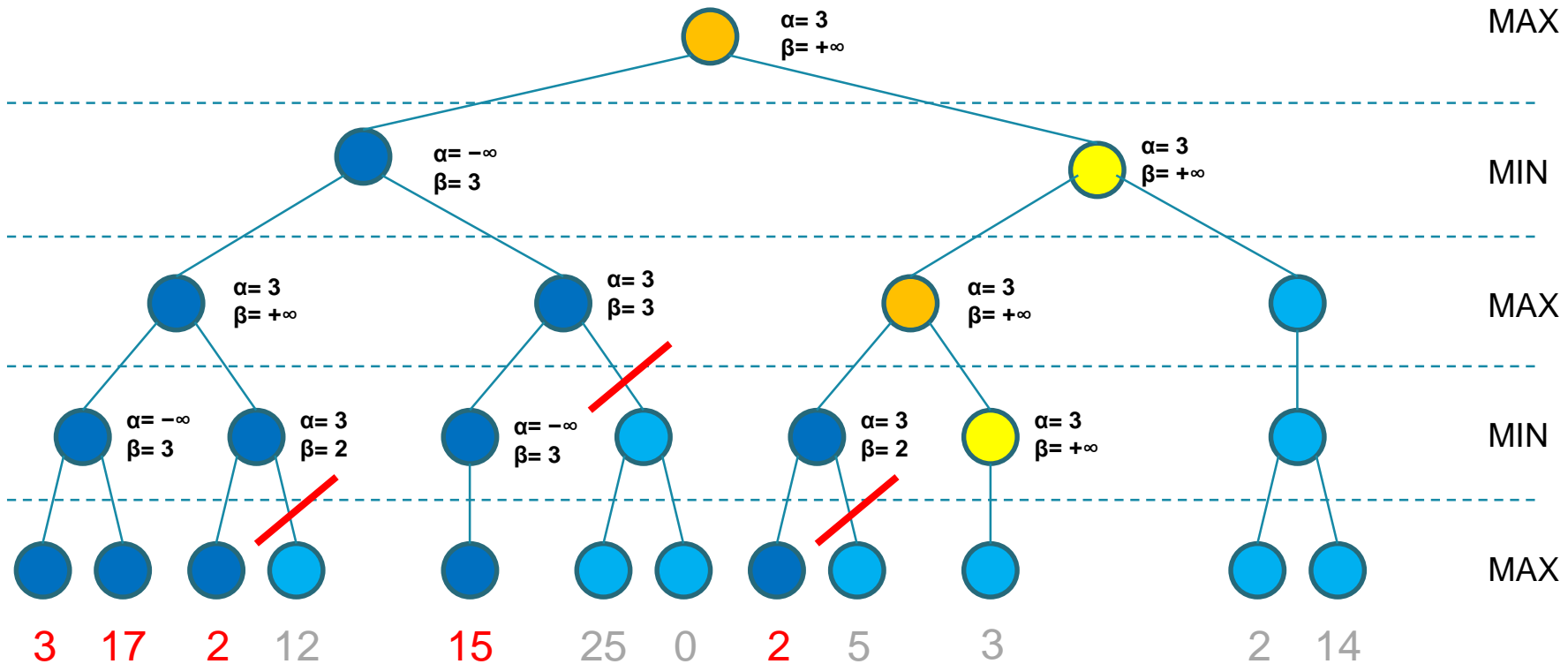
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (29/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

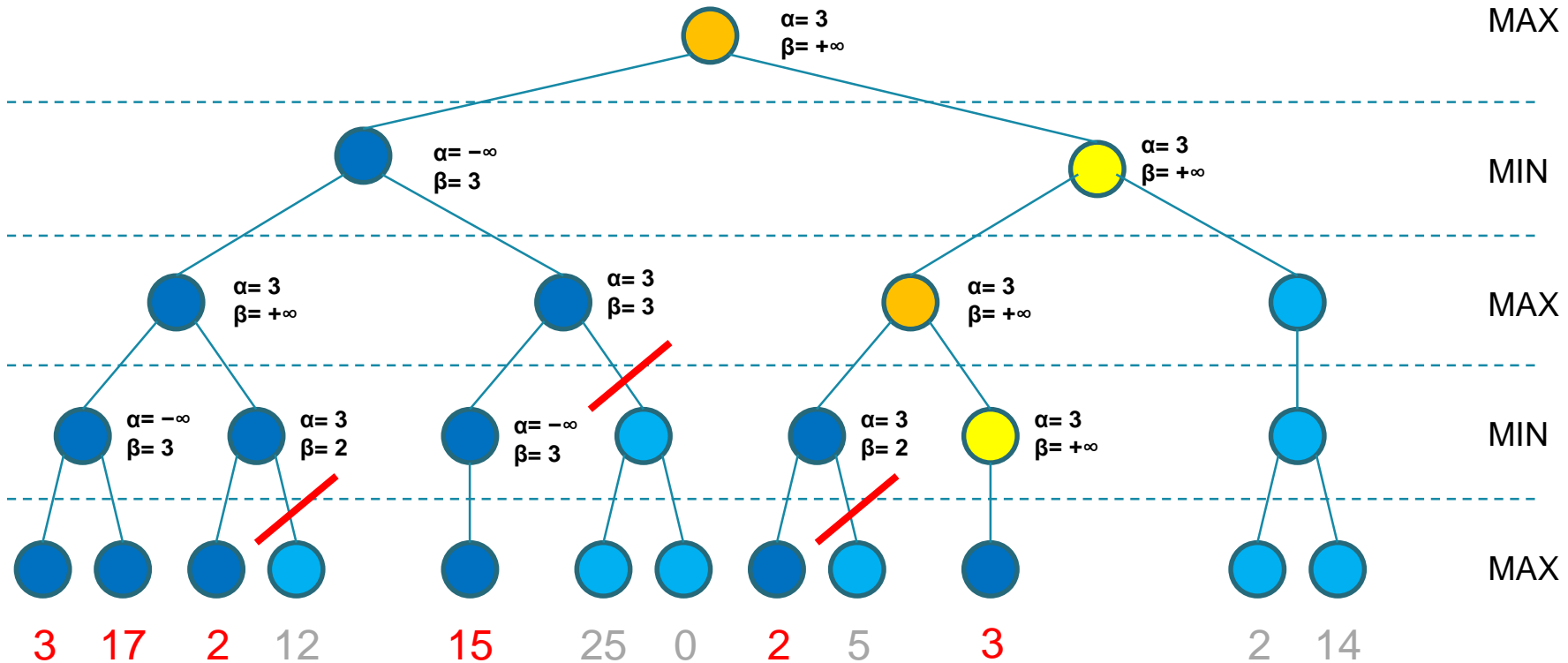
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (30/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

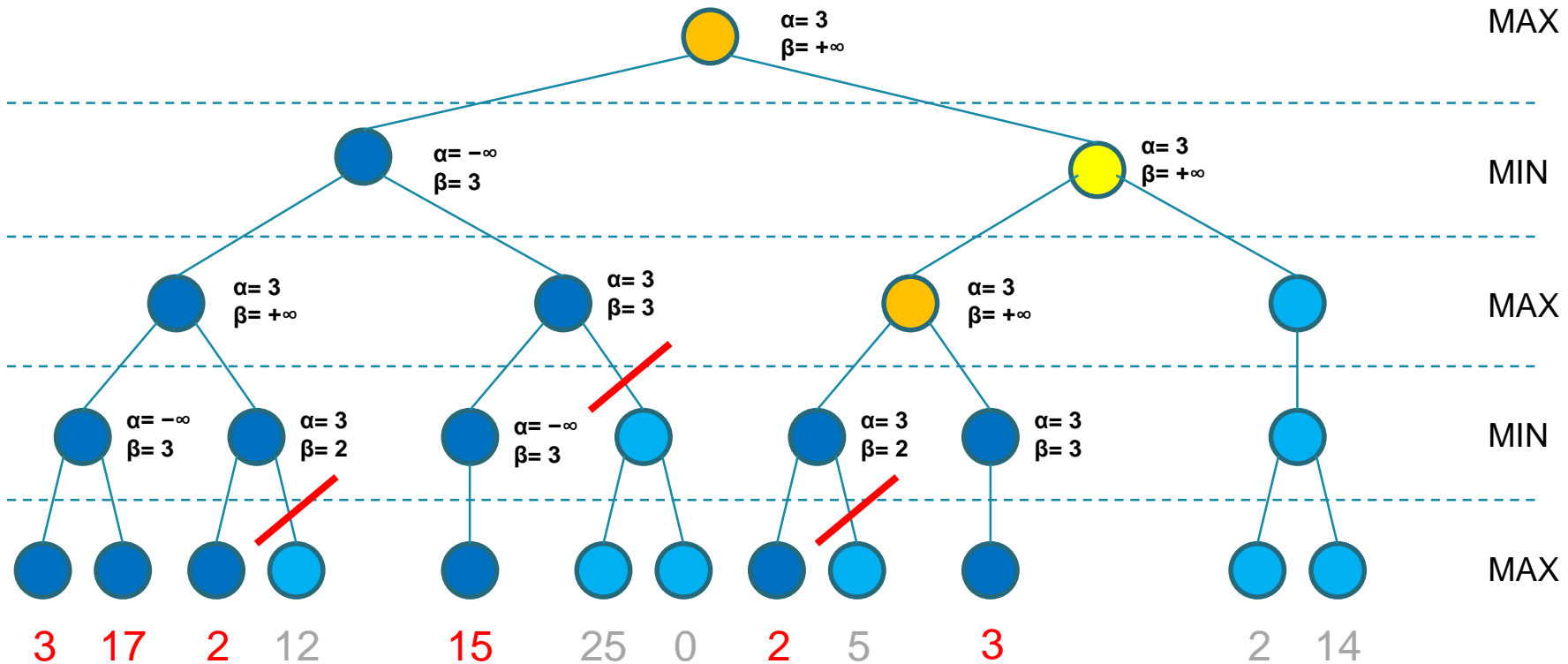
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (31/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

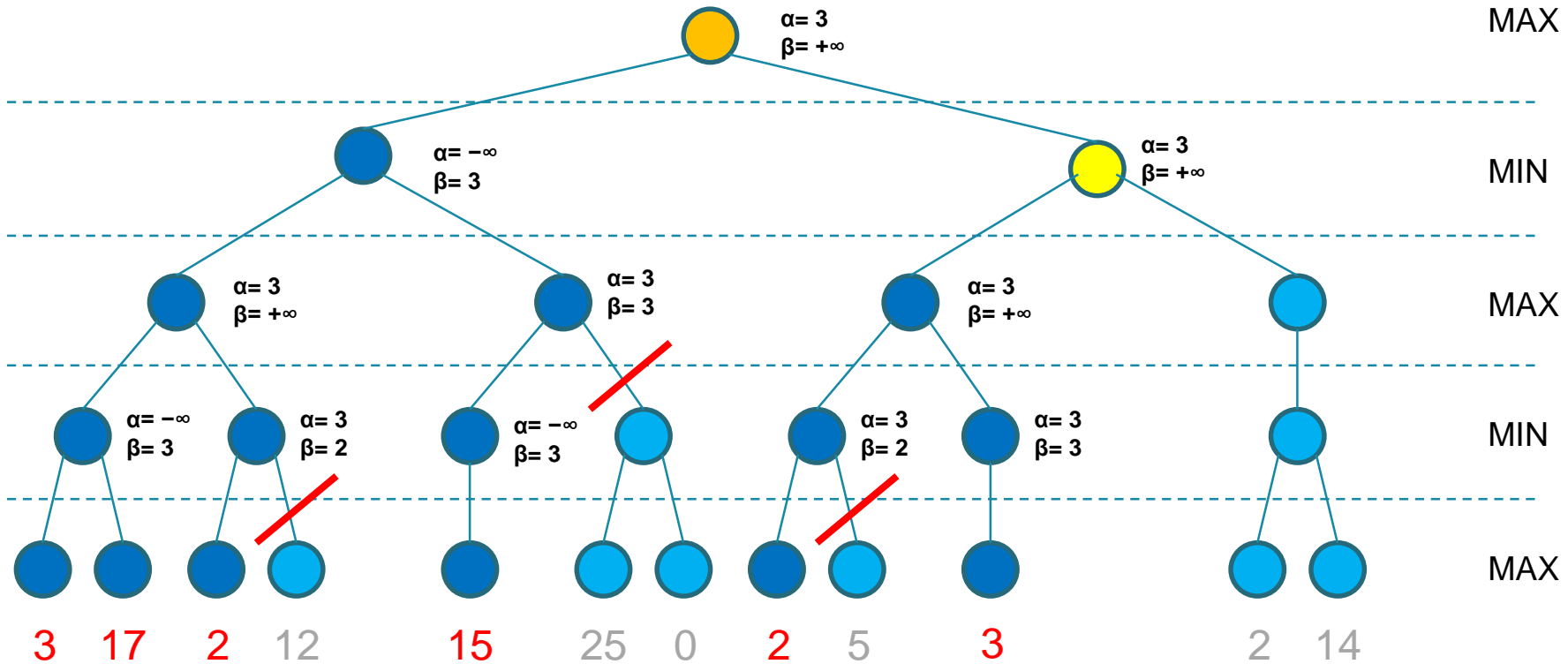
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (32/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

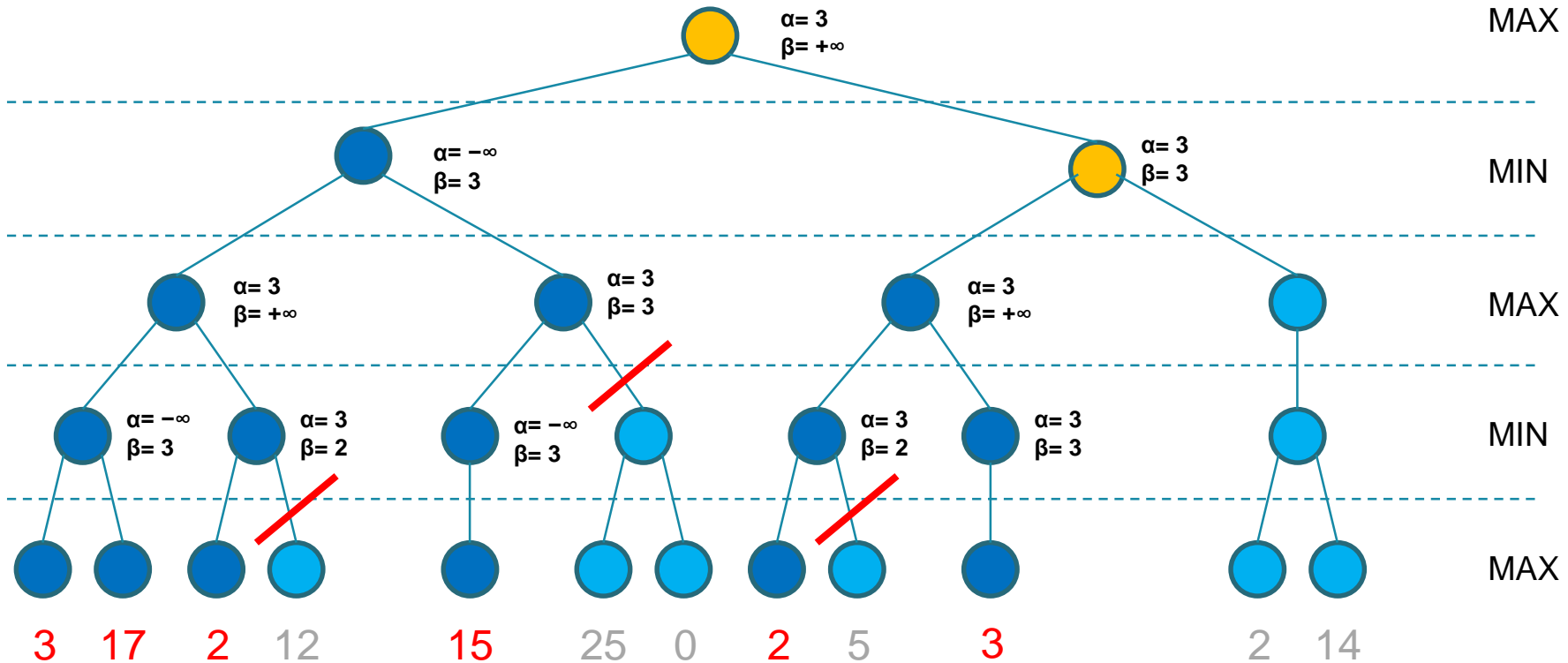
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (33/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

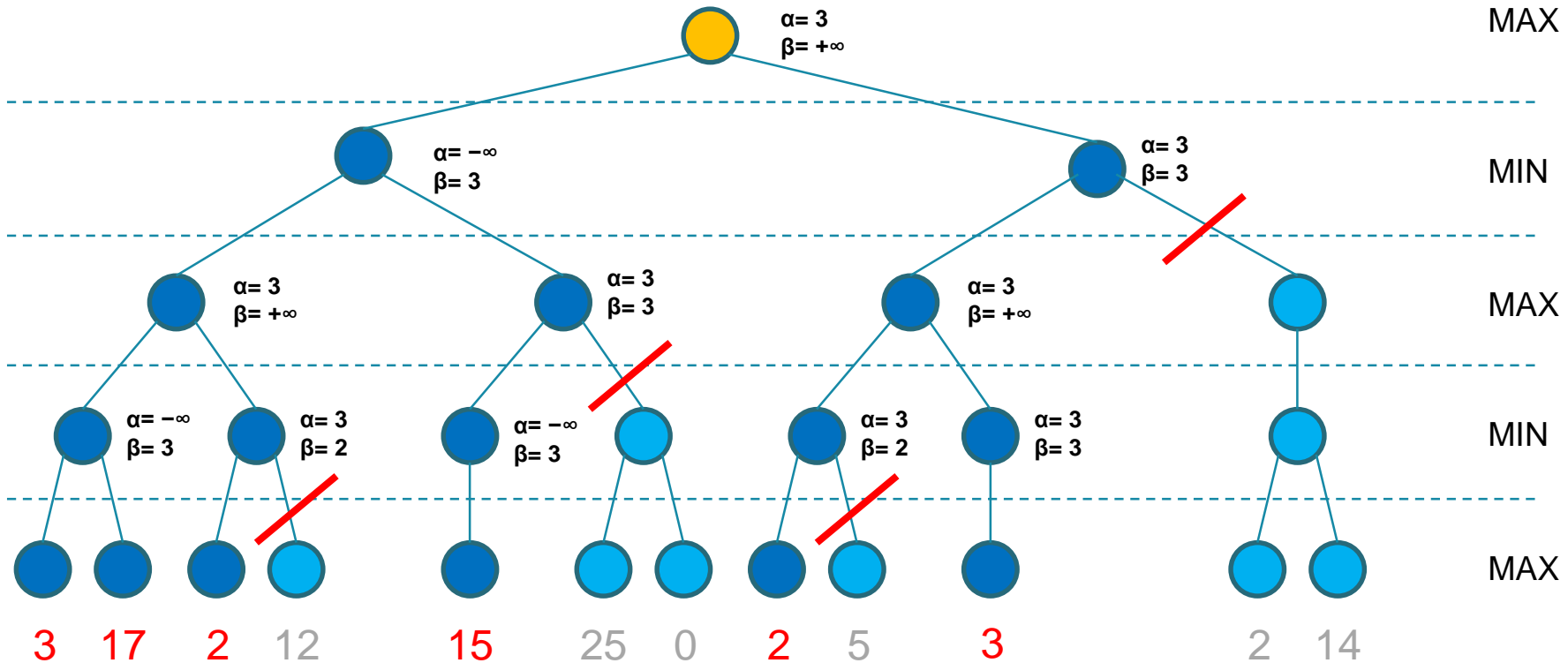
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (34/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

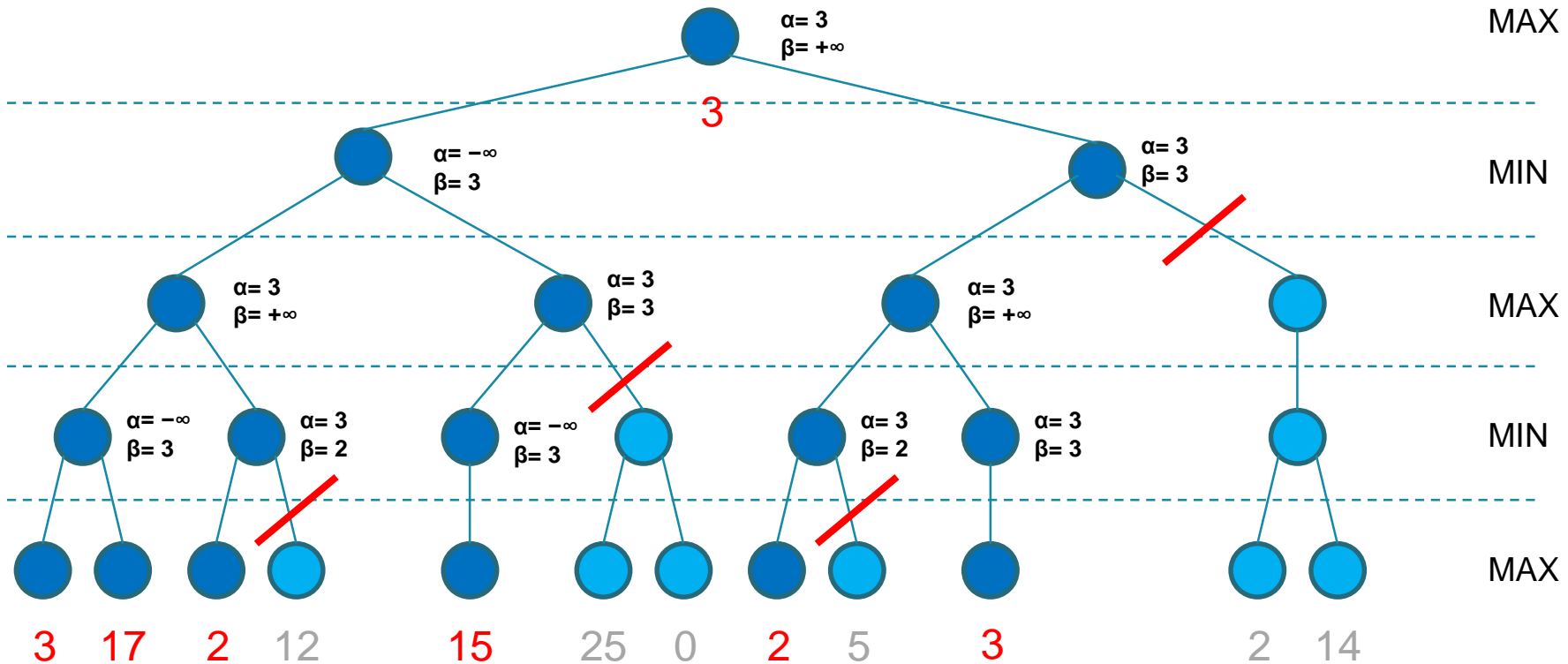
Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



PRIMER 2 (35/35)

Podan je hipotetični prostor stanj.

Ažurirajte vrednosti stanj z minimaksom in $\alpha\beta$ -rezanjem.



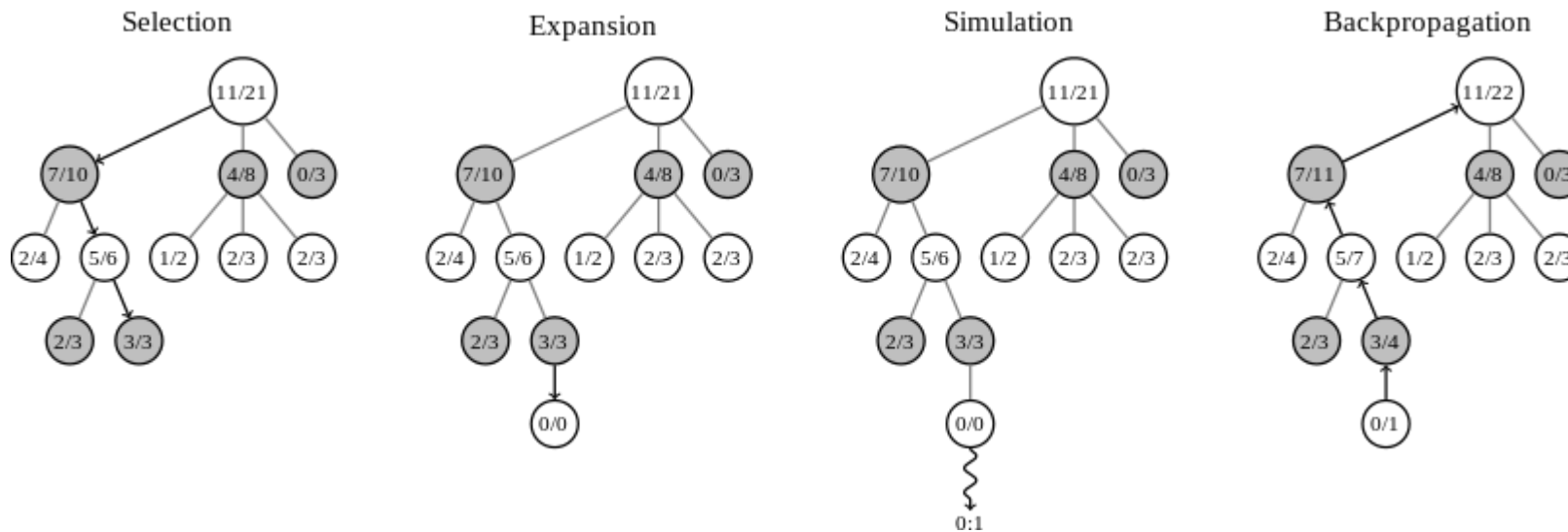
DREVESNO PREISKOVANJE MONTE CARLO

- za velike prostore stanj so izčrpne metode neuporabne
- ocene kakovosti stanj je včasih težko določiti, potrebno je razviti teorijo za vsako igro posebej
- Monte Carlo Tree Search (MCTS) predstavi preiskovalni prostor z drevesom
- ocenjevalna heuristika ni potrebna: ocena stanja na podlagi vzorčenja
- MCTS dokazano konvergira v minimax, ko gre število simulacij v neskončnost

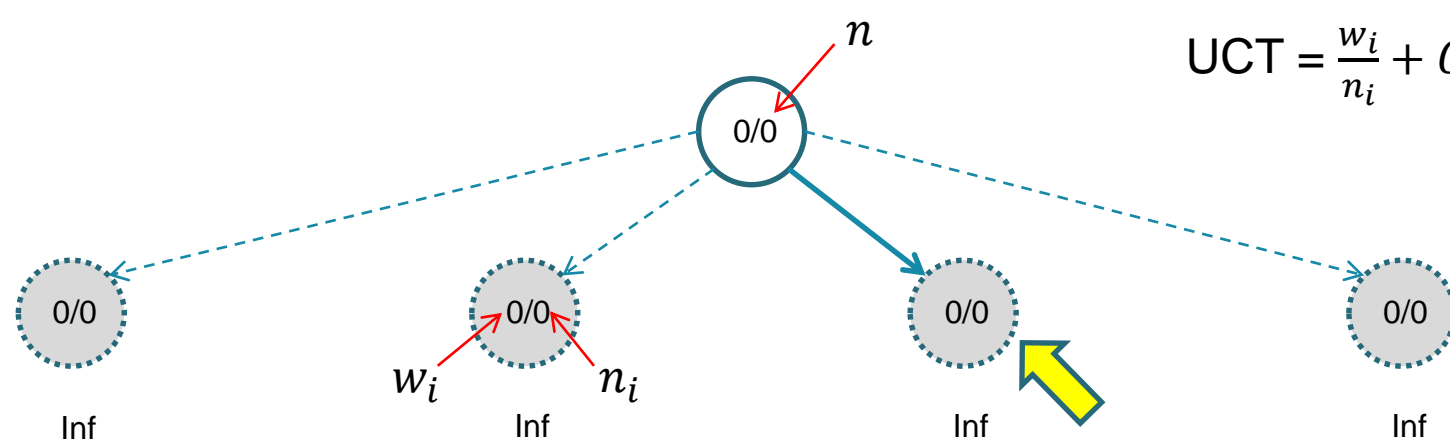
DREVESNO PREISKOVANJE MONTE CARLO

Koraki:

- simuliraj naključne poteze, dokler se igra ne konča (dokler ne pridemo do lista drevesa)
- propagiraj odločitev proti korenu
- ponavljaj postopek
- izberi vozlišče (potezo) glede na delež uspešnih iger



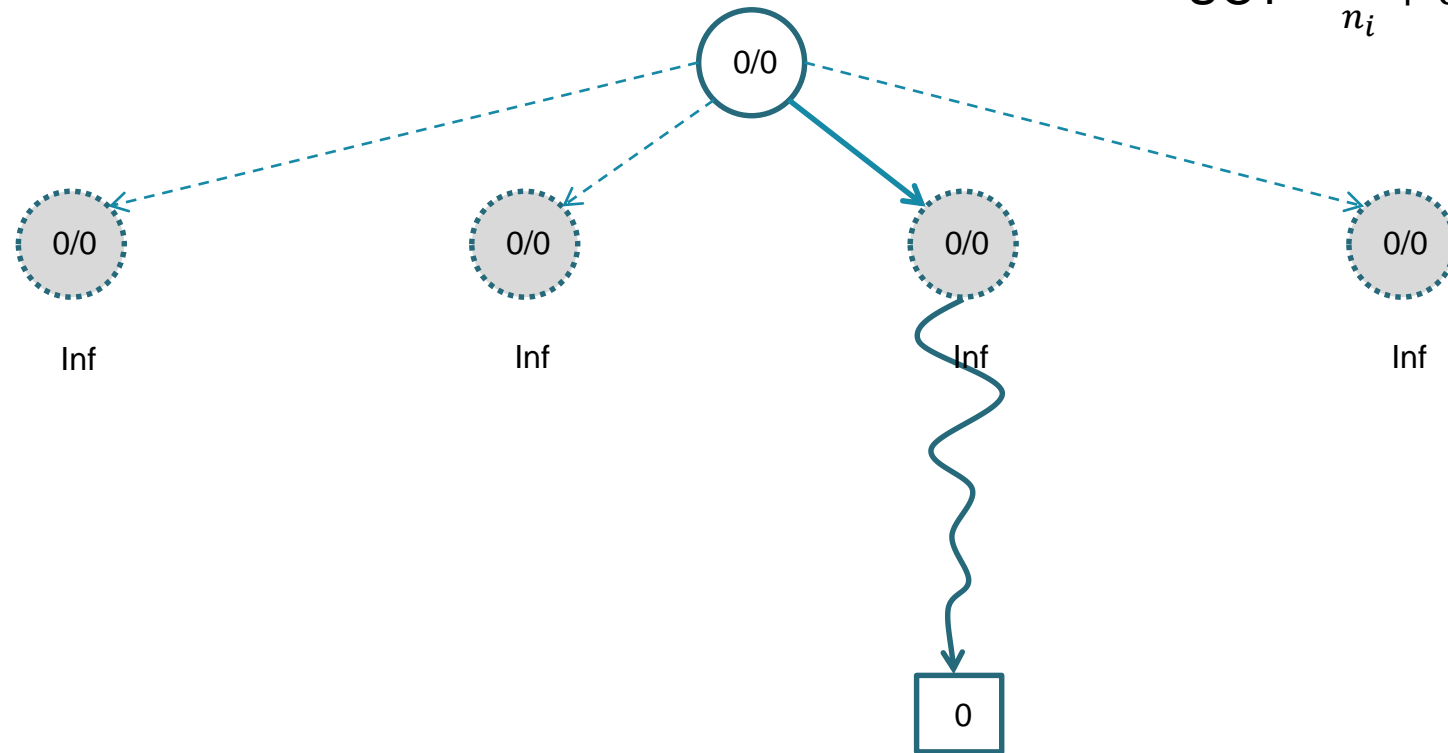
PRIMER (1/15)



$$\text{UCT} = \frac{w_i}{n_i} + C \sqrt{\frac{\ln n_p}{n_i}}$$

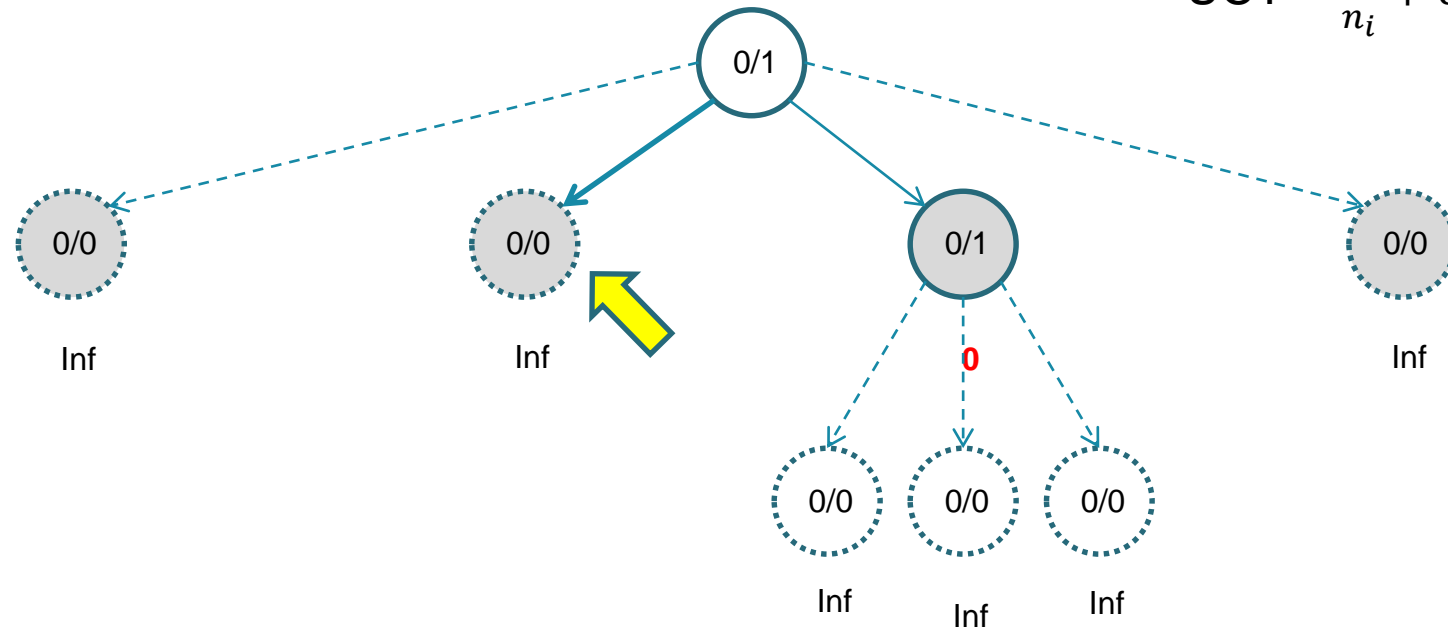
PRIMER (2/15)

$$\text{UCT} = \frac{w_i}{n_i} + C \sqrt{\frac{\ln n_p}{n_i}}$$



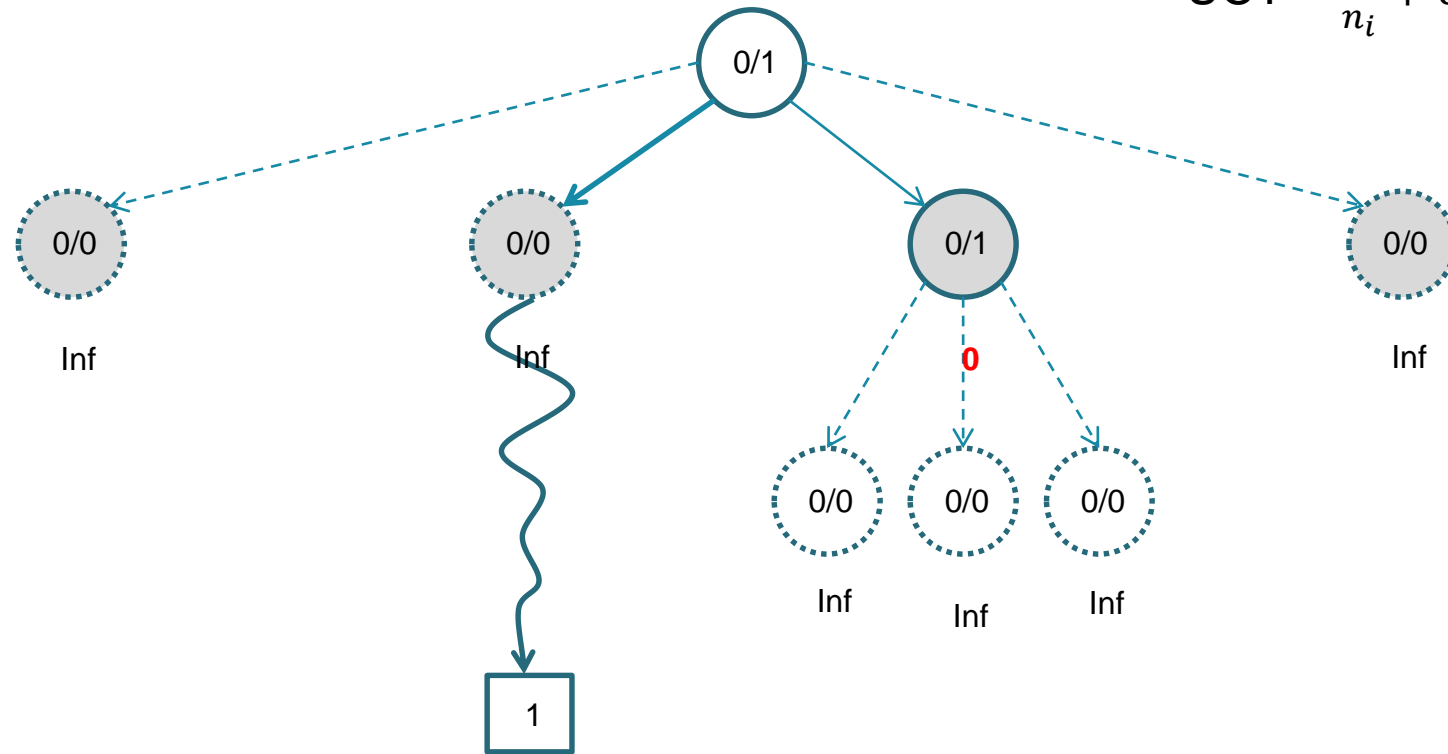
PRIMER (3/15)

$$\text{UCT} = \frac{w_i}{n_i} + C \sqrt{\frac{\ln n_p}{n_i}}$$



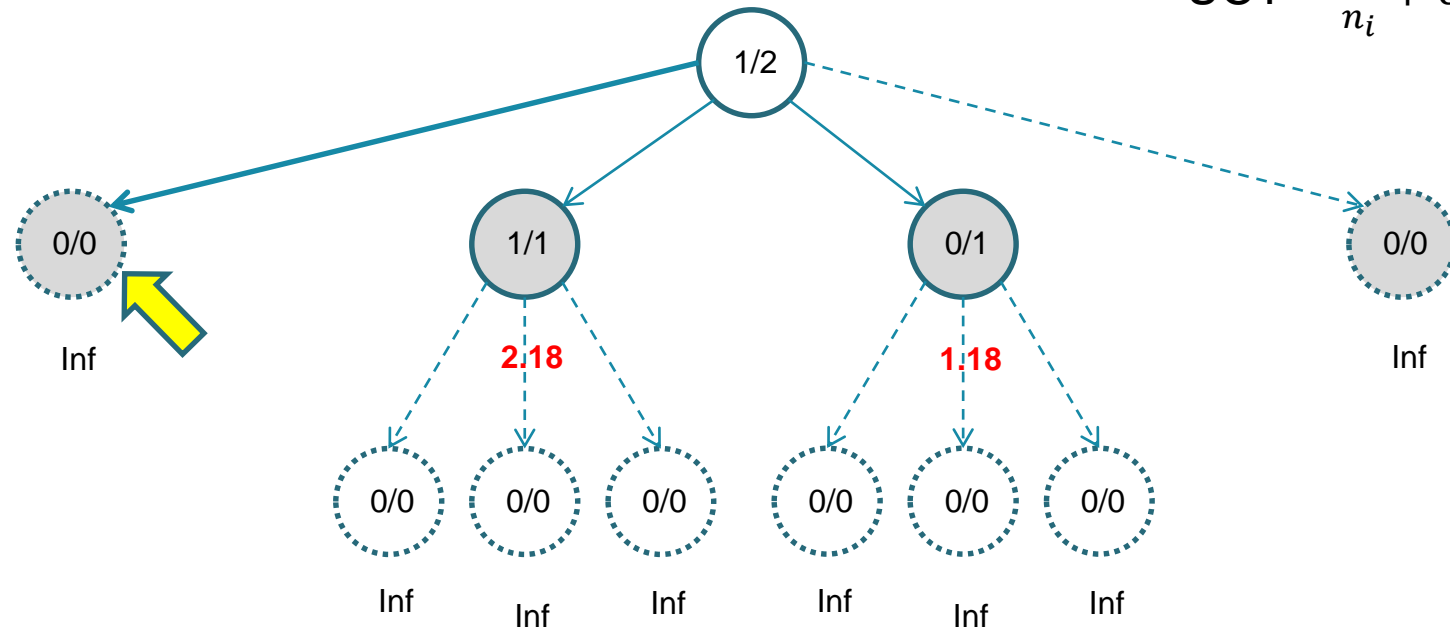
PRIMER (4/15)

$$UCT = \frac{w_i}{n_i} + C \sqrt{\frac{\ln n_p}{n_i}}$$



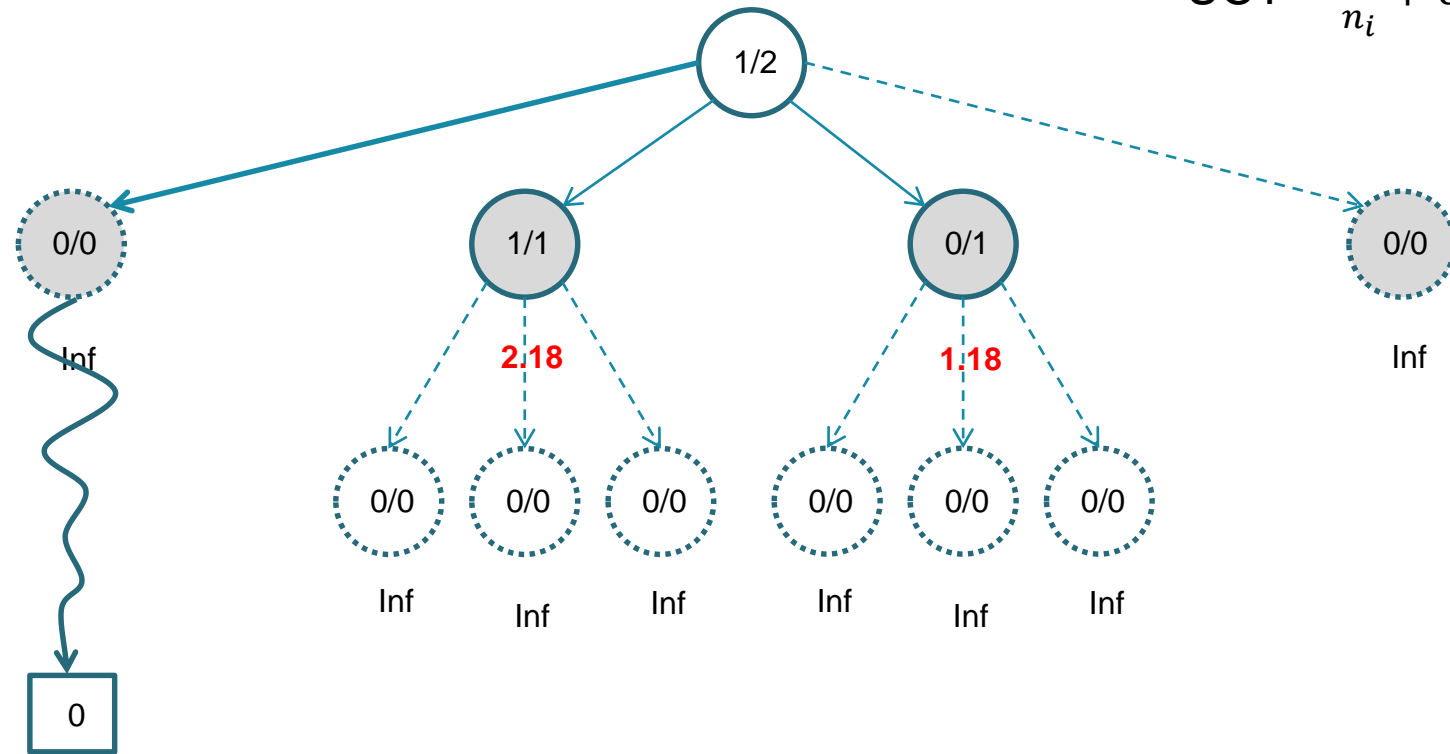
PRIMER (5/15)

$$\text{UCT} = \frac{w_i}{n_i} + C \sqrt{\frac{\ln n_p}{n_i}}$$



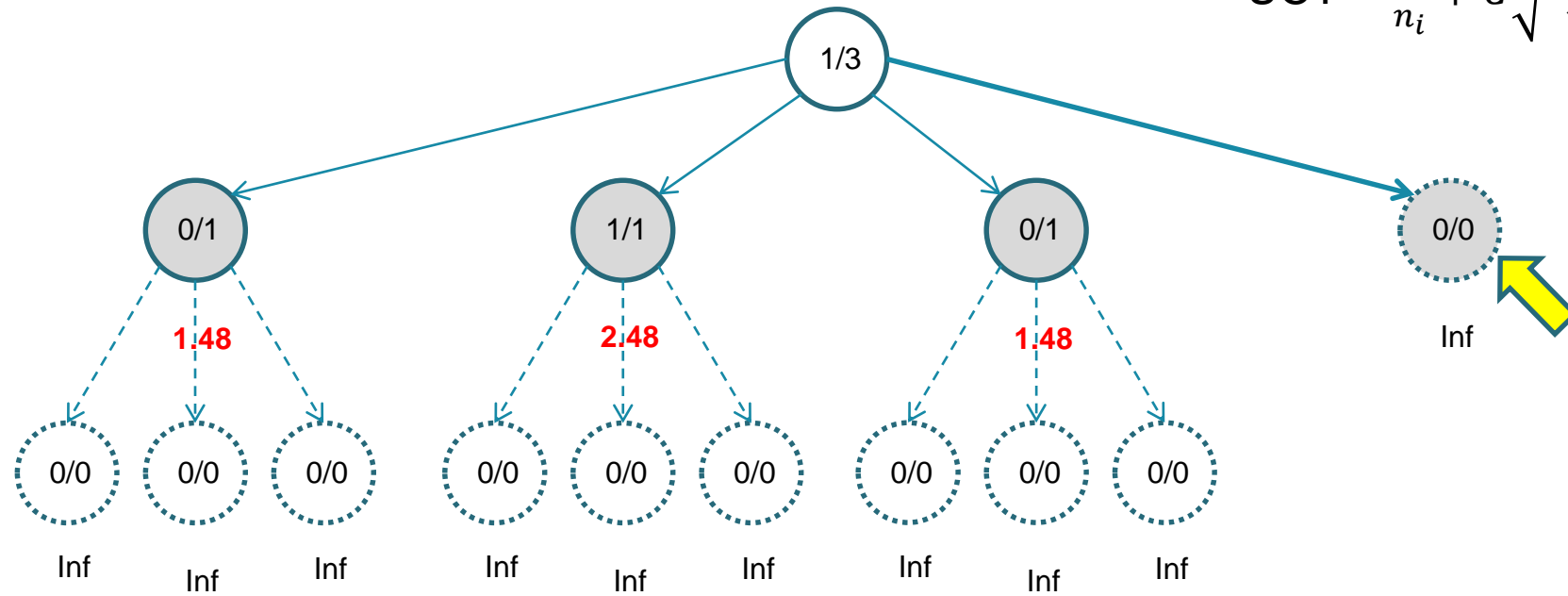
PRIMER (6/15)

$$\text{UCT} = \frac{w_i}{n_i} + C \sqrt{\frac{\ln n_p}{n_i}}$$



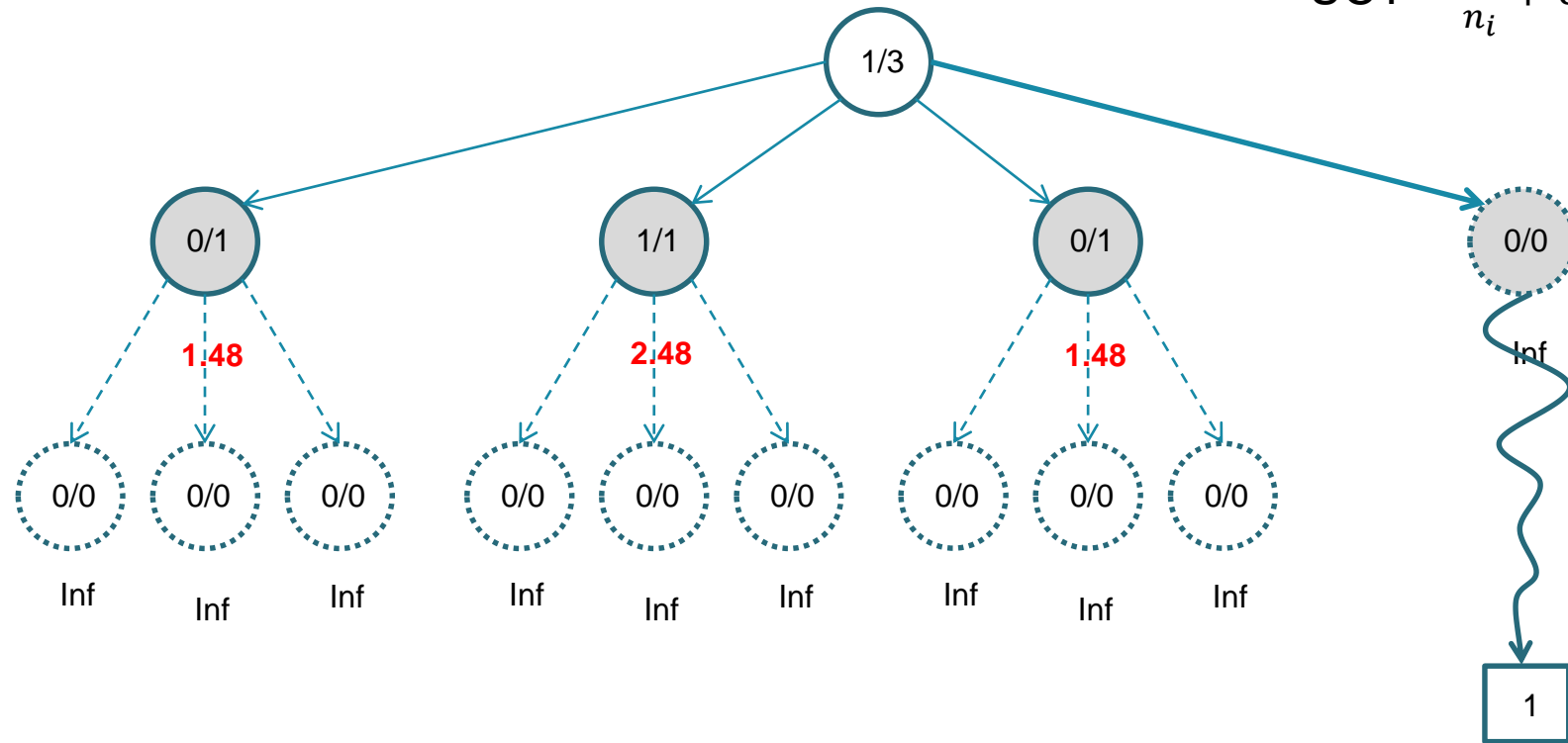
PRIMER (7/15)

$$UCT = \frac{w_i}{n_i} + C \sqrt{\frac{\ln n_p}{n_i}}$$



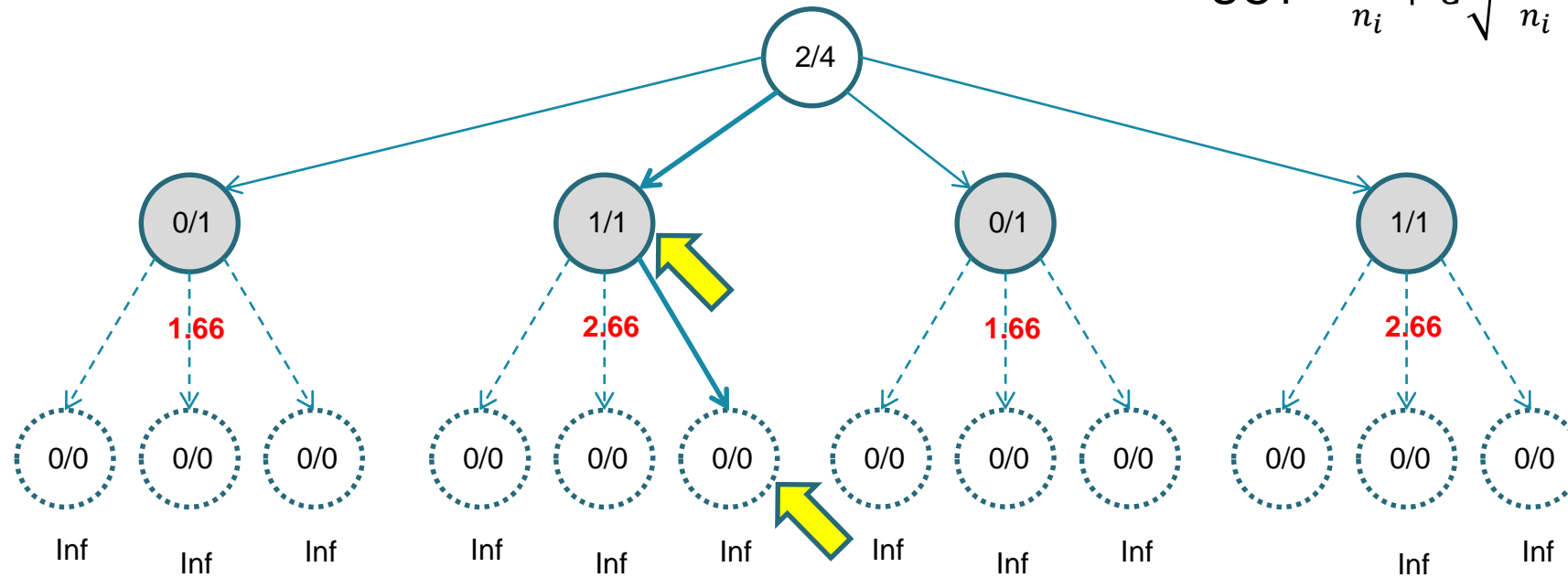
PRIMER (8/15)

$$\text{UCT} = \frac{w_i}{n_i} + C \sqrt{\frac{\ln n_p}{n_i}}$$



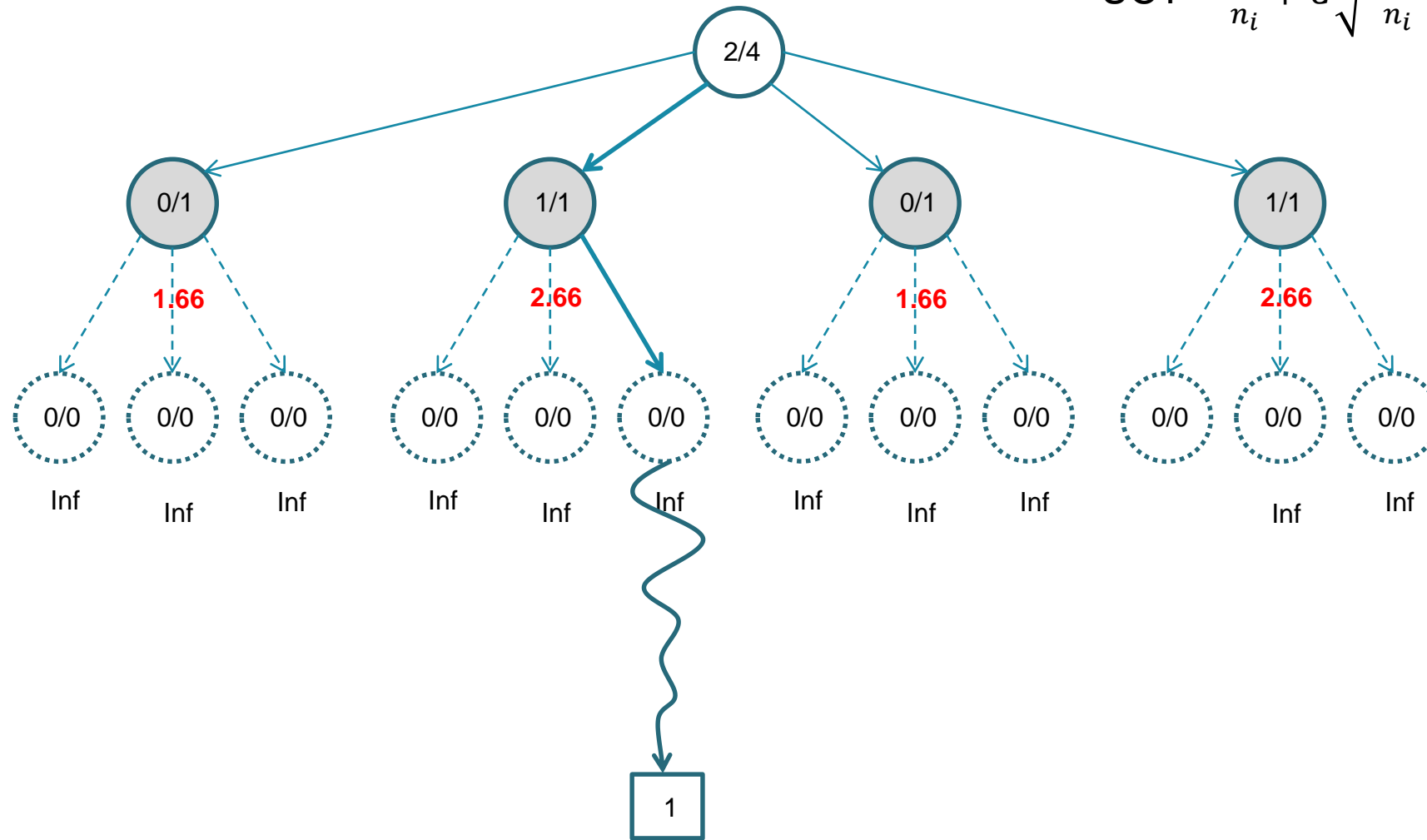
PRIMER (9/15)

$$UCT = \frac{w_i}{n_i} + C \sqrt{\frac{\ln n_p}{n_i}}$$



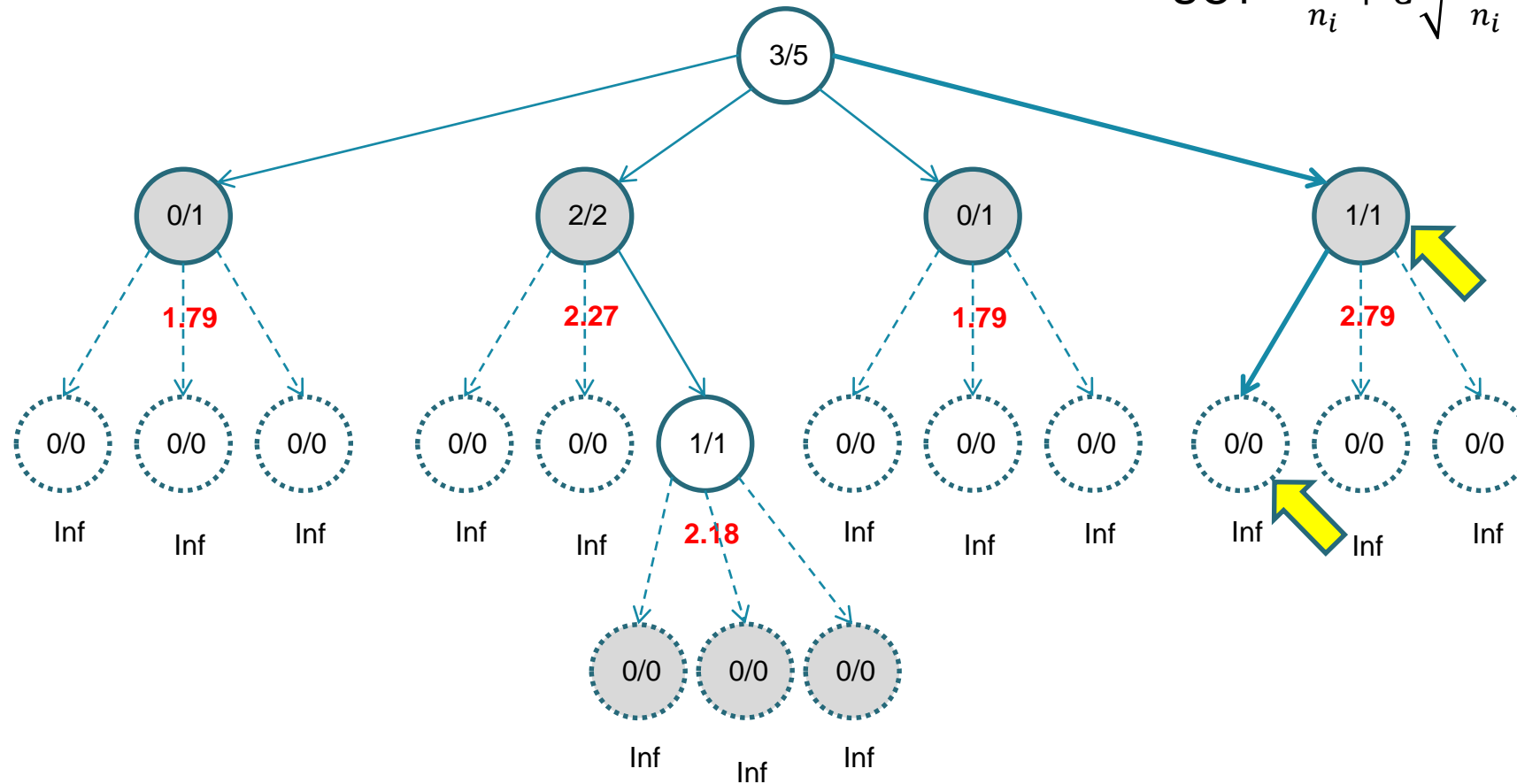
PRIMER (10/15)

$$UCT = \frac{w_i}{n_i} + C \sqrt{\frac{\ln n_p}{n_i}}$$



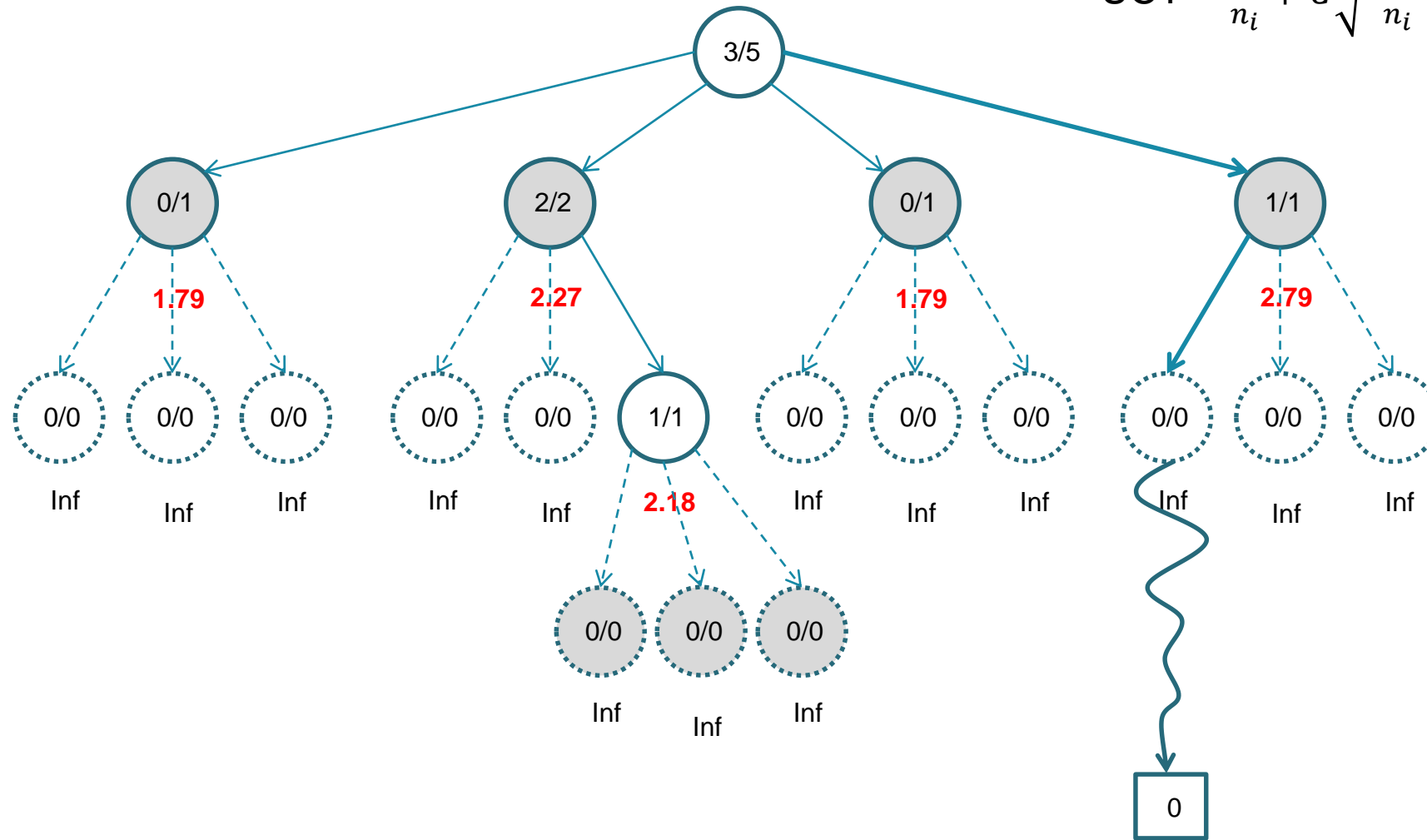
PRIMER (11/15)

$$UCT = \frac{w_i}{n_i} + C \sqrt{\frac{\ln n_p}{n_i}}$$



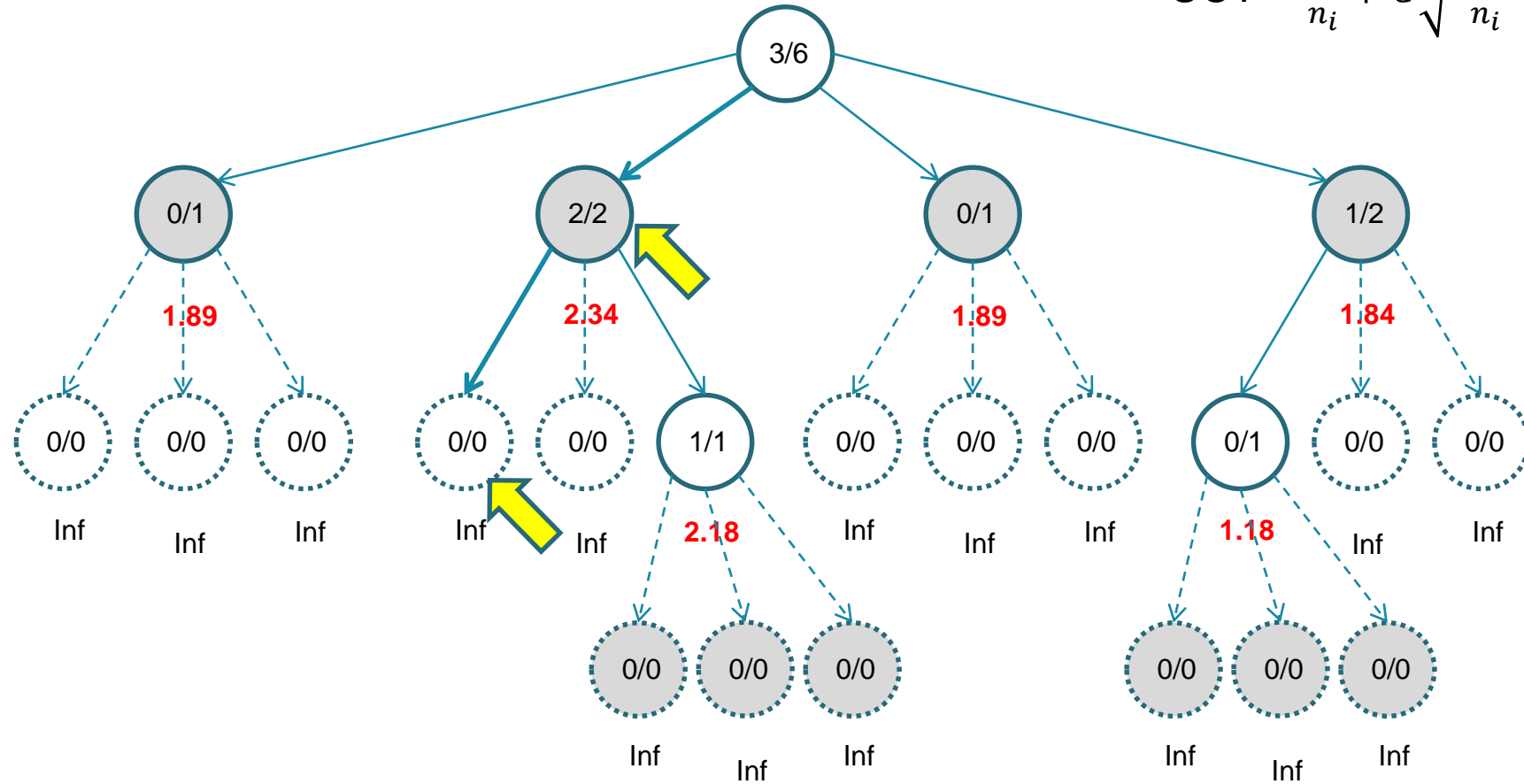
PRIMER (12/15)

$$\text{UCT} = \frac{w_i}{n_i} + C \sqrt{\frac{\ln n_p}{n_i}}$$



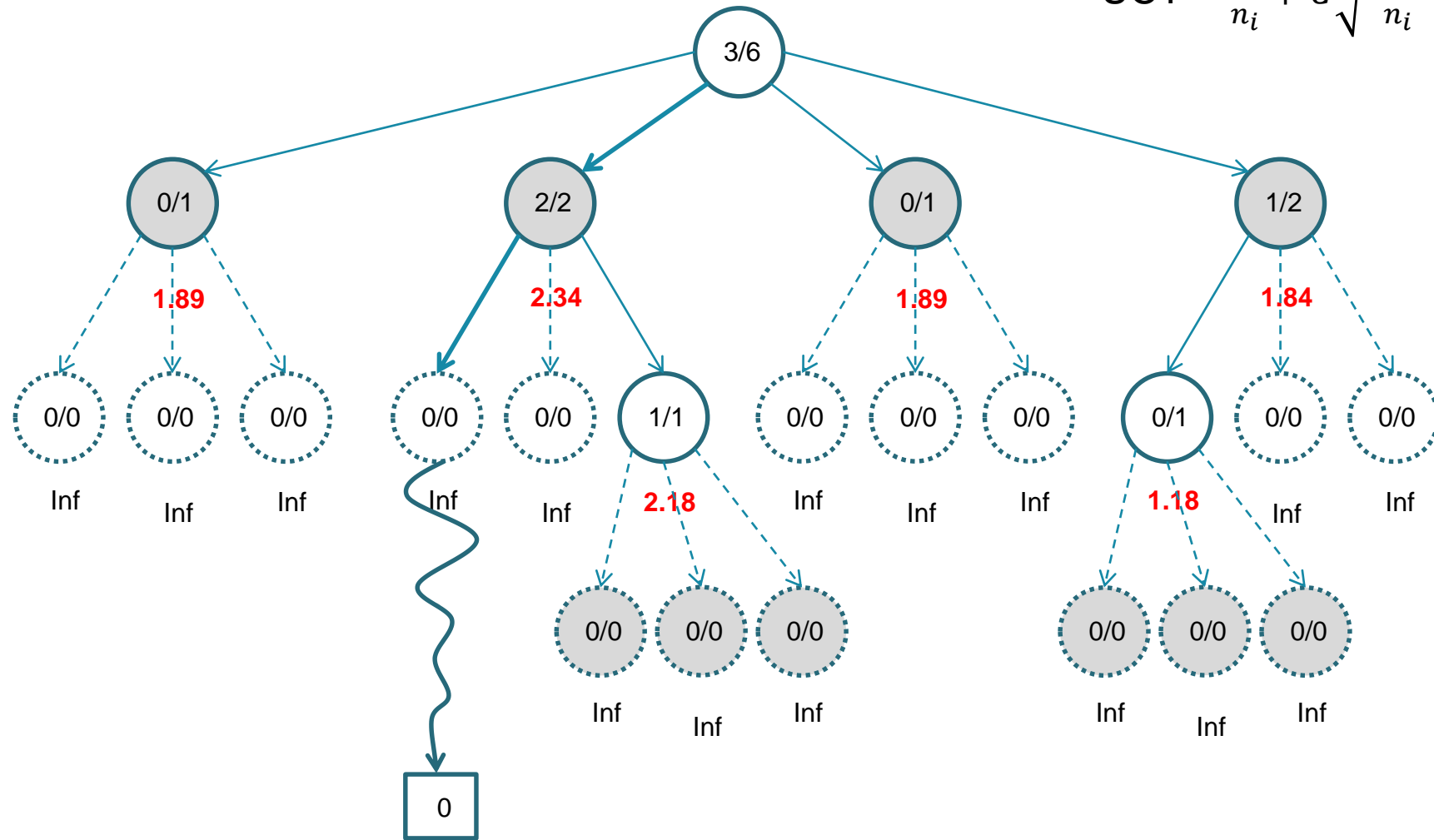
PRIMER (13/15)

$$UCT = \frac{w_i}{n_i} + C \sqrt{\frac{\ln n_p}{n_i}}$$



PRIMER (14/15)

$$\text{UCT} = \frac{w_i}{n_i} + C \sqrt{\frac{\ln n_p}{n_i}}$$



PRIMER (15/15)

$$\text{UCT} = \frac{w_i}{n_i} + C \sqrt{\frac{\ln n_p}{n_i}}$$

