

# Diskretne strukture

Gašper Fijavž

Fakulteta za računalništvo in informatiko  
Univerza v Ljubljani

2. december 2022

## Moč končnih množic

Naj bo  $A$  končna množica. Potem  $|A|$  označuje *število elementov* ali *moč* množice  $A$ .

Naj bosta  $A$  in  $B$  končni množici. Pravimo, da sta  $A$  in  $B$  *enako močni*,  $A \sim B$ , če  $|A| = |B|$ .

*Zgledi:*

1.  $|\emptyset| = 0$
2.  $|\{0, 1\}| = 2$
3.  $|\{\{0, 1\}\}| = 1$

# Moč končnih množic

## Trditev

*Naj bodo  $A, B, C$  končne množice.*

1.  $|A \times B| = |A| \cdot |B|$
2.  $|\{f ; f : A \rightarrow B\}| = |B^A| = |B|^{|A|}$
3.  $|\mathcal{P}A| = 2^{|A|}$
4. Če je  $B \subseteq A$ , potem je  $|A \setminus B| = |A| - |B|$ .  
V splošnem je  $|A \setminus B| = |A| - |A \cap B|$ .
5. Če je  $A \cap B = \emptyset$ , potem je  $|A \cup B| = |A| + |B|$ .  
V splošnem je  $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$ .
6.  $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$

## Načelo vključitev in izključitev

### Izrek

Naj bo  $A$  končna množica in  $A_1, A_2, \dots, A_n \subseteq A$ . Potem je

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n| &= \\ & |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n| \\ & - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \dots - |A_{n-1} \cap A_n| \\ & + \dots \\ & \dots \\ & + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n| \\ & = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} S_i, \end{aligned}$$

kjer je  $S_k = \sum_{\substack{\mathcal{J} \subseteq \{1, \dots, n\} \\ |\mathcal{J}|=k}} \left| \bigcap_{i \in \mathcal{J}} A_i \right|$ .

## Naloga

*Naloga:* Koliko je števil na celoštevilskem intervalu  $[1 \dots 96]$ , ki so deljiva s 6 in niso deljiva niti s 24 niti z 32?

# Dirichletov princip

## Izrek

*Naj bo  $A$  končna množica in  $f : A \rightarrow A$ . Potem so naslednje trditve enakovredne:*

- ▶  *$f$  je injektivna.*
- ▶  *$f$  je surjektivna.*
- ▶  *$f$  je bijektivna.*

