

Osnove matematične analize

Vaje, 14. teden

1. Izračunaj ploščine likov, ki jih omejujejo dane krivulje

(a) $y = x^2 + 2x$ in $y = x + 2$.

(b) $y = x^3 - x^2 + x$ in $y = 3x$.

(c) * $y^2 = 2x + 1$ in $y = x - 1$.

(d) * $y = \sin(x)$ in $y = \cos(2x)$ na intervalu $[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$.

Rešitve: (a) $\frac{9}{2}$ (b) $\frac{37}{12}$ (c) $\frac{16}{3}$ (d) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

2. Izračunaj dolžino loka krivulje $y = f(x)$:

(a) $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ na intervalu $[0, 1]$,

(b) * $f(x) = \frac{x^2}{4} - \frac{\log(x)}{2}$ na $[1, e]$.

Rešitve: (a) $l = \sinh(1) = \frac{e^2 - 1}{2e}$, (b) $l = \frac{e^2 + 1}{4}$.

3. * Izračunaj obseg astroide $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$.

Rešitev: $o = 6$.

4. * Izračunaj prostornino vrtenine, ki jo dobimo, če graf funkcije

$$f(x) = x^{-\frac{2}{3}}$$

zavrtimo okrog abscisne osi na intervalu $[1, \infty]$.

Rešitev: $V = 3\pi$.