

# Diskretne strukture UNI

## Vaje 10

1. Na množici  $A = \{1, 2, \dots, 10\}$  je podana relacija  $R$  s predpisom

$$aRb \Leftrightarrow a \text{ deli } b.$$

- (a) Nariši graf relacije  $R$ .
  - (b) Pokaži, da je  $R$  delna urejenost.
  - (c) Nariši Hassejev diagram za  $R$ .
2. V množici celih števil  $\mathbb{Z}$  je dana relacija

$$xRy \Leftrightarrow 7 \text{ deli } x^2 - y^2.$$

- (a) Dokaži, da je relacija  $R$  ekvivalenčna.
  - (b) Določi ekvivalenčni razred  $[1]_R$  števila 1.
  - (c) Določi moč faktorske množice  $\mathbb{Z}/R$ .
3. Funkcija  $\sigma_0: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  je dana s  $\sigma_0(0) = 0$ , za  $n > 0$  pa z opisom

$$\sigma_0(n) = \text{število vseh deliteljev } n.$$

Ali je  $\sigma_0$  injektivna? Ali je  $\sigma_0$  surjektivna?

4. Funkcija  $\sigma_1: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  je dana s  $\sigma_1(0) = 0$ , za  $n > 0$  pa z opisom

$$\sigma_1(n) = \text{vsota vseh deliteljev } n.$$

- (a) Izračunaj  $\sigma_1(n)$  za  $n \in \{1, 2, \dots, 11\}$ .
  - (b) Poišči vse  $n$ , za katere je  $\sigma_1(n) = 12$ .
  - (c) Ali obstaja  $n$ , da je  $\sigma_1(n) = 2n$ ? Ali ima enačba  $\sigma_1(n) = 2n$  neskončno rešitev?
  - (d) Ali je  $\sigma_1$  injektivna? Ali je  $\sigma_1$  surjektivna?
5. Naj bo  $\varphi: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  Eulerjeva funkcija, tj.

$$\varphi(n) = \text{število naravnih števil med } 1 \text{ in } n, \text{ ki so tuja } n.$$

- (a) Poišči  $\varphi(1), \varphi(2), \varphi(3), \varphi(4), \varphi(5), \varphi(6)$ .
  - (b) Ali je  $\varphi$  injektivna? Surjektivna?
  - (c) Dokaži, da za vse sode  $n$  velja
$$\varphi(n) \leq n/2.$$
  - (d) Ali za vse  $n \geq 3$  velja
$$\varphi(\varphi(n)) < n/2?$$
6. (a) Koliko je števil med 1 in 1000, ki so deljiva z vsaj enim od števil 6, 10 in 21?  
(b) Koliko je števil med 1 in 1000, ki so deljiva s 6 ali 8, niso pa deljiva z 10?  
(c) Koliko je števil med 1001 in 2000, ki so deljiva z vsaj enim od števil 5, 6 in 14?

7. Založba je v lanskem letu ponujala naročnino na tri tedenske publikacije: časopis, strokovno revijo in kratkočasnik. Na časopis je bilo naročenih 630 bralcev, na strokovno revijo 520 in na kratkočasnik 487 bralcev. Časopis in strokovno revijo je naročalo 125 bralcev, časopis in kratkočasnik 150 bralcev, strokovno revijo in kratkočasnik pa 112 bralcev. Vse tri tednike je naročalo 50 bralcev.
- (a) Koliko je vseh naročnikov tedenskih publikacij?
  - (b) Koliko bralcev je naročalo zgolj časopis (strokovno revijo, kratkočasnik)?
8. V neki občini se je 100 učencev udeležilo tekmovanja iz matematike, 50 tekmovanja iz računalništva in 48 tekmovanja iz fizike. Število učencev, ki so se udeležili natanko enega tekmovanja, je dvakrat večje od števila učencev, ki so šli na natanko dve tekmovanji, in trikrat večje od števila učencev, ki so šli na vsa tri tekmovanja. Koliko učencev je šlo na vsa tri tekmovanja?
9. V anketi 27 študentov vprašamo, v katerih programskih jezikih znajo programirati. V jeziku C zna programirati 13 študentov, v Javi 13 in v Pythonu 16. V jezikih C in Java zna programirati 7 študentov, v jezikih Python in Java 8 študentov in v jezikih C in Python 9 študentov. Takih, ki ne znajo programirati v nobenem od teh jezikov, je dvakrat toliko kot študentov, ki znajo programirati v vseh treh jezikih.
- (a) Koliko študentov zna programirati v vseh treh jezikih?
  - (b) Koliko študentov zna programirati v Javi in vsaj enem od ostalih dveh jezikov?