INVERZNA PRESLIKAVA

Trditev 1 *Naj bo $f : A \to B$. Potem je*

(a) f^{-1} funkcija natanko tedaj, ko je f injektivna in

(b) f^{-1} je preslikava iz B v A, $f^{-1} : B \to A$, natanko tedaj, ko je f bijektivna.

Preslikavo f smemo smatrati kot relacijo, vsebovano v $A \times B$. Zato je f^{-1} relacija in velja $f^{-1} \subseteq B \times A$.

Za dokaz (a) je treba premisliti, da je f^{-1} funkcija (=enolična relacija) natanko tedaj, ko je f injektivna. Računajmo:

$$\begin{aligned}
f^{-1} \text{ je enolična} &\iff \forall x, y \in A, ; \forall z \in B : (z f^{-1} x \text{ in } z f^{-1} y \;\Rightarrow\; x = y) \\
&\iff \forall x, y \in A,\ \forall z \in B : (x f z \text{ in } y f z \;\Rightarrow\; x = y) \\
&\iff \forall x, y \in A,\ \forall z \in B : (z = f(x) \text{ in } z = f(y) \;\Rightarrow\; x = y) \\
&\iff \forall x, y \in A : (f(x) = f(y) \;\Rightarrow\; x = y) \\
&\iff f \text{ je injektivna}
\end{aligned}$$

Sledi dokaz točke (b), privzamemo, da (a) velja.

$$\begin{aligned}
f^{-1} : B \to A &\iff f^{-1} \text{ enolična in } \mathcal{D}_{f^{-1}} = B \\
&\iff f \text{ injektivna in } \mathcal{Z}_f = B \\
&\iff f \text{ injektivna in } f \text{ surjektivna} \\
&\iff f \text{ je bijektivna}
\end{aligned}$$